PSYCHOLOGISCHE UNTERSUCHUNGEN ÜBER BEOBACHTUNGSFEHLER

INAUGURAL-DISSERTATION

VERFASST UND DER HOHEN PHILOSOPHISCHEN FAKULTÄT
DER KGL. BAYER. JULIUS-MAXIMILIANS-UNIVERSITÄT WÜRZBURG
ZUR ERLANGUNG DER DOKTORWÜRDE
VORGELEGT AM 14. NOVEMBER 1912

VON

MICHAEL BAUCH
AUS WÜRZBURG

ACAD.
LUDWIGS.
BIBL.

DRUCK DER KÖNIGL. UNIVERSITÄTS-DRUCKEREI H. STÜRTZ A. G.,
WÜRZBURG 1913.

REFERENT: PROF. DR. KARL MARBE.

Diese Arbeit erscheint auch in „Fortschritte der Psychologie und ihrer Anwendungen". Bd. 1. 1913. S. 169 ff.

PSYCHOLOGISCHE UNTERSUCHUNGEN ÜBER BEOBACHTUNGSFEHLER

VON

MICHAEL BAUCH.

INHALT.

Seite

§ 1. Das Problem 3
§ 2. Literatur über das Schätzen kleiner Zeit- und Raumgrößen 5
§ 3. Apparate, Versuchspersonen und Versuchsanordnung 9

Die Zehntelmillimeter-Schätzungen am horizontalen Apparat (§§ 4, 5, 6, 7).

§ 4. Häufigkeitswerte der einzelnen Zehntel 13
§ 5. Fraktionierung der Versuche 15
§ 6. Richtigschätzungen, Über- und Unterschätzungen 19
§ 7. Versuche mit geteilter Aufmerksamkeit 23

Die Zehntelmillimeter-Schätzungen am vertikalen Apparat (§§ 8, 9, 10).

§ 8. Häufigkeitswerte der einzelnen Zehntel 25
§ 9. Fraktionierung der Versuche 26
§ 10. Richtigschätzungen, Über- und Unterschätzungen 28

§ 11. Vergleich meiner Versuchsergebnisse mit den Schätzungen sehr kleiner Größen ohne regulierte Einstellung 34
§ 12. Zentimeter- und Millimeterschätzungen 39
§ 13. Vergleich der Resultate der Zentimeter- und Millimeterschätzungen mit den Resultaten anderer Versuche und Feststellungen 43
§ 14. Zur Theorie der Zahlenbevorzugung beim Schätzen 52
§ 15. Praktische und theoretische Bedeutung der Zahlenbevorzugung . . . 57
§ 16. Zusammenfassung der Ergebnisse 58

§ 1. DAS PROBLEM.

In den messenden Naturwissenschaften kommt es sehr häufig vor, daß Bruchteile der niedersten noch gemessenen Einheit geschätzt werden müssen. So kommen z. B. in der Astronomie Zeitschätzungen

vor, die nach der sogenannten Auge-Ohrmethode bei Durchgangsbeobachtungen vorgenommen werden. Ein Stern wandert durch das Gesichtsfeld eines ruhenden Fernrohres, z. B. eines Passageinstrumentes. Der Beobachter hört die Sekundenschläge einer Uhr und schätzt die Teilung des in einer Sekunde zurückgelegten Sternweges durch den Faden in Zehnteln des Weges.

Es ist nun eine altbekannte Tatsache, daß bei dieser Art der Beobachtung psychologische Faktoren sich geltend machen [1]), die der Naturforscher, weil sie nicht aus den objektiven Verhältnissen erwachsen, als Fehler bezeichnet. Es sind dies vor allem zwei Faktoren. Der eine derselben ist begründet in der Tatsache der sogenannten Zeitverschiebung, welche einerseits dadurch zustande kommt, daß Lichtreize längere Zeit brauchen, um eine Empfindung wachzurufen als Schallreize, andererseits aber dadurch, daß der Eindruck, dem die Aufmerksamkeit zugewandt ist, früher wahrgenommen wird als andere Eindrücke. Die Größe der Zeitverschiebung unterliegt individuellen Variationen [2]).

Der zweite psychologische Faktor, der auch bei den Durchgangsbeobachtungen in Frage kommt, ist allgemeinerer Natur. Er findet sich nämlich nicht bloß bei den Schätzungen, um die es sich hier handelt, sondern überhaupt bei Schätzungen kleiner Größen. Er besteht darin, daß beim Schätzen der Zehntel von Einheiten der Zeit- oder Raummessung einzelne Zahlen häufiger auftreten als andere, daß sie also in gewissem Sinne bevorzugt sind. Man hat auf Grund vorliegenden astronomischen Beobachtungsmaterials das verschieden häufige Auftreten der einzelnen Zehntel bei Schätzungen verschiedener Art festgestellt [3]), an einer experimentellen Untersuchung des Problems fehlt es bisher.

Über eine solche experimentelle Untersuchung des Problems der Bevorzugung einzelner Zehntel beim Schätzen sehr kleiner Raumstrecken soll im folgenden berichtet werden. Die experimentelle Untersuchung hat gegenüber der rein statistischen, wie sie in den älteren Arbeiten vorliegt, vor allem den Vorzug, daß bei jeder Schätzung auch der wirkliche Tatbestand bekannt ist, daß die zu schätzenden Größen in beliebiger Häufigkeit und Reihenfolge eingestellt werden können, ferner den Vorzug, daß andere Fehlerquellen ausgeschlossen werden können, die bei den Schätzungen an einem astronomischen Beob-

[1]) Vgl. K. Marbe, Fortschritte der Psychologie. Bd. 1. Heft 1. 1912. S. 7.
[2]) Vgl. die von Marbe, a. a. O. S. 8 angegebene Literatur.
[3]) Vgl. die in § 2 angegebene Literatur.

achtungsabend nicht zu vermeiden sind, und schließlich noch den Vorzug der Möglichkeit der Variation der Versuchsbedingungen. Durch die Verwendung des Experiments zur Klärung des Problems entfällt die Notwendigkeit eine so große Zahl von Beobachtungen zugrunde zu legen, wie es bei der statistischen Untersuchung nötig ist. Denn hier muß die Annahme des ungefähr gleich häufigen objektiven Auftretens der einzelnen Zehntel der Raum- oder Zeitstrecken gemacht werden. Diese Annahme aber ist, wenn überhaupt, nur bei einer sehr großen Zahl von Beobachtungen berechtigt. Diese Annahme und damit die große Beobachtungszahl wird aber in dem Augenblick unnötig, in dem ich es in meiner Gewalt habe, die einzelnen Zehntel alle gleich häufig einzustellen. Das ist jedoch nur im Experimente möglich.

Bevor ich nun über die Methode und die Ergebnisse meiner Versuche berichte, sei in Kürze über die bisherigen Hinweise auf das Problem und die statistischen Untersuchungen desselben referiert.

§ 2. LITERATUR ÜBER DAS SCHÄTZEN KLEINER ZEIT- UND RAUMGRÖSSEN.

Im Jahre 1858 berichtete J. Hartmann[1]) über experimentelle Untersuchungen der psychologisch bedingten Zeitfehler bei der Auge-Ohrmethode. Er konnte hierbei durch eine besondere Einrichtung seiner Pendeluhr die Bruchteile der Sekunde, die zu schätzen waren, messen. Nebenbei machte Hartmann auf die Tatsache aufmerksam, daß die auftretenden Abweichungen für verschiedene Zehntel verschieden sind, daß manche Zehntel zu hoch taxiert werden, andere zu tief und daß sich dieselbe Tatsache auch bei den Beobachtungen von Heliotrop- und Pulversignalen durch Gauss und Goldschmidt finde.

In der Folgezeit weist Peirce[2]) auf das Phänomen hin und gibt ihm den Namen der „Personal Scale". Später beschäftigten sich Zinger[3]), Boquet[4]) und Gonnessiat[5]) mit der auffallenden Er-

[1]) J. Hartmann, Grunerts Archiv der Mathematik und Physik. Bd. 31. 1858. S. 1 ff. — Ein Auszug daraus in Astronomische Nachrichten. Bd. 65. 1865. S. 129 ff.

[2]) B. Peirce, Proceedings of the American Academy of arts and sciences. Bd. 4. 1859. S. 197. Zitiert nach F. Cohn, Enzyklopädie der mathematischen Wissenschaften. Bd. 6. 2. Teil. Heft 2. Leipzig 1908. S. 250.

[3]) N. Zinger, Über die persönlichen Fehler bei astronomischen Beobachtungen. (Russisch.) Petersburg 1871. Zitiert nach G. Lewitzky, Astronomische Nachrichten. Bd. 124. 1890. S. 107.

[4]) F. Boquet, Bulletin astronomique. Bd. 6. 1889. S. 337 ff.

[5]) F. Gonnessiat, Bulletin astronomique. Bd. 6. 1889. S. 471 ff. — Derselbe, Travaux de l'Observatoire de Lyon. Bd. 2. 1892. Zitiert nach E. Grossmann, Astronomische Nachrichten. Bd. 170. 1906. S. 150.

scheinung der verschiedenen Häufigkeit der einzelnen Zehntel bei Durchgangsbeobachtungen. Zinger gibt eine aus der Zahl der Beobachtungen jedes Zehntels abgeleitete Formel für die Bestimmung der systematischen Fehler bei Durchgangsbeobachtungen an. Boquet zeigt aus Durchgangsbeobachtungen, die von drei Pariser Astronomen an verschiedenen Instrumenten ausgeführt waren, daß die einzelnen Zehntelsekunden bei einer großen Anzahl von beobachteten Durchgängen nicht in gleicher Häufigkeit vorkommen. Er gelangt schließlich zu den Sätzen:

1° Il existe une loi d'évaluation de chaque dixième, qui paraît sensiblement constante pour un même observateur.

2° Cette loi varie d'un observateur à l'autre.

Unter dem Namen „équation décimale" behandelt Gonnessiat den fraglichen Fehler. Dieser Name der „Dezimalgleichung" blieb auch dem Fehler oder der Fehlerursache in der Folge erhalten. Im Jahre 1889 untersuchte Lewitzky [1]) 1868 Sterndurchgangsbeobachtungen in bezug auf die Häufigkeit der einzelnen (geschätzten) Zehntelsekunden und fand die ausgeführten Folgerungen Boquets bestätigt. Er konstatiert ferner, daß die Minima der Zahlen auf eines der mittleren vier Zehntel (4, 5, 6, 7) und die Maxima auf eines der ersten vier Zehntel (0, 1, 2, 3) fallen und daß die vier ersten und zwei letzten Zehntel am häufigsten auftreten. Lewitzky fügt den beiden Sätzen Boquets noch einen dritten an, welcher besagt, daß einige von den mittleren vier Zehnteln (4 bis 7) von jedem Beobachter am seltensten notiert werden. Aus dem Jahre 1903 sind noch einige Aufsätze zu erwähnen, die sich mit der „équation décimale" befassen, aber nur ihr Vorhandensein nachweisen oder die Wichtigkeit ihrer Elimination für die Beobachter dartun; es sind das Aufsätze von Boquet [2]), Stroele [3]) und Boccardi [4]). Eine Arbeit, die auf einem größeren Material von Beobachtungen fußend, die „Dezimalgleichung" untersucht, ist die von Grossmann [5]), der seinen Ausführungen eine 11 000 übersteigende Zahl von Originalbeobachtungen und zwar von Ablesungen und Schätzungen an Mikroskopmikrometern von Meridiankreisen, von Niveauablesungen bzw. -schätzungen und von Ablesungen

[1]) G. Lewitzky, Astronomische Nachrichten. Bd. 124. 1890. S. 105 ff. — Derselbe, Astronomische Nachrichten. Bd. 125. 1890. S. 75 f.

[2]) F. Boquet, Bulletin astronomique. Bd. 20. 1903. S. 165 ff.

[3]) H. Stroele, Bulletin astronomique. Bd. 20. 1903. S. 289 ff.

[4]) J. Boccardi, Bulletin astronomique. Bd. 20. 1903. S. 382 ff.

[5]) E. Grossmann, Astronomische Nachrichten. Bd. 170. 1906. S. 149 ff.

und Schätzungen an Chronographenstreifen zugrunde legt. Grossmann stellt fest, daß bei allen Beobachtern die Schätzungen fehlerhaft sind, daß sich aber bei den verschiedenen Beobachtern und Beobachtungsarten ein allen gemeinsamer Charakter nicht zeigt, obwohl mehrfach die 0, die 2 und die 8 auffallend häufig geschätzt werden. Ferner konstatiert er eine bei allen Beobachtern mit Ausnahme eines einzigen auftretende Bevorzugung der niederen Zehntel (0, 1, 2, 3, 4) gegenüber den höheren (5, 6, 7, 8, 9) und das Vorhandensein von Änderungen des Schätzungsfehlers mit der Zeit. Auch Korrektionen für die Schätzungen der einzelnen Zehntel berechnet Grossmann auf der Grundlage gewisser mehr oder minder willkürlicher Annahmen, deren eine z. B. die Folgerung ergibt, daß die Summe aller Überschätzungen gleich der Summe aller Unterschätzungen sei, was wir in unseren Untersuchungen als unzutreffend nachweisen werden.

Da Grossmann eine physiologische Erklärung des auffallenden Überwiegens einiger Zehntel gegenüber anderen nicht findet, hält er die Tatsache für eine Erscheinung psychologischer Natur. Er glaubt, daß sie auf einer unbewußt sich geltend machenden Vorliebe für einzelne Zehntel beruht. Ist dies der Fall, so schließt er weiter, dann muß ein analoges Phänomen bei jeder Beobachtung auftreten, bei der Schätzungen vorzunehmen sind, also z. B. auch bei den Helligkeitsschätzungen der Sterne. Bei einer größeren Zahl[1]) von Helligkeitsschätzungen stellt Grossmann die Abweichungen von dem durch Seeliger[2]) konstruierten typischen Bild der Verteilung der Fixsterne (nach Größenklasse und galaktischer Breite) fest und konstatiert zwar das Vorhandensein eines systematischen Schätzungsfehlers, kann aber auch da eine Gesetzmäßigkeit nicht erkennen. Wir werden später (S. 201 f. und 212 f.) sehen, daß sich eine solche Gesetzmäßigkeit trotz Grossmanns entgegengesetzter Meinung in dem von ihm untersuchten Material findet.

„Über systematische Fehler bei Zeit- und Raumgrößenschätzungen" stellte ferner O. Meißner[3]) statistische Untersuchungen an. Die Zeitschätzungen sind durch drei Personen vorgenommene Schätzungen von Zehntelsekunden bei Sterndurchgängen, die Raumschät-

[1]) Wie groß die Zahl war, gibt Grossmann nicht an.

[2]) H. Seeliger. Abhandlungen der mathematisch-physikalischen Klasse der kgl. bayerischen Akademie der Wissenschaften. Bd. 19. 1899. S. 565 ff.

[3]) O. Meißner, Astronomische Nachrichten. Bd. 172. 1906. S. 137 ff. — Ein kurzer Bericht daraus von Meißner in den Sitzungsberichten der Berliner Mathematischen Gesellschaft 1906. Archiv der Mathematik und Physik. Bd. 10. 1906. Anhang S. 70 ff.

zungen sind Libellenablesungen von zwei Personen. Bei den Zeitschätzungen fiel es Meißner auf, daß bei dem einen Beobachter die Häufigkeit der einzelnen Zehntel stark geschwankt hat, während sie bei den beiden anderen Beobachtern im Laufe der Zeit konstant war. Auch bei den Raumschätzungen des nämlichen Beobachters war die Häufigkeit der Zehntel bedeutenden Schwankungen unterworfen. Aus der Betrachtung der Tabellen ergeben sich Meißner manche Forderungen für die Praxis der astronomischen Beobachtung. So verlangt er z. B., der Beobachter möge bestimmte Zehntel nicht absichtlich vernachlässigen, wenn er zuvor bemerkt zu haben glaubt, daß er sie bisher bevorzugt hat. Psychologisch interessant erscheint Meißner die Tatsache der fast überall vorhandenen Bevorzugung der Null.

Über die Arbeiten von Grossmann und Meißner referierte auch Plassmann[1]) in einem auf dem 3. Kongreß für experimentelle Psychologie in Frankfurt a. M. gehaltenen Vortrage. Seiner Meinung nach spielen physikalische und sinnesphysiologische Ursachen (z. B. das Vorgeräusch des einsetzenden Ankerzahnes) bei Entstehung des Zeitschätzungsfehlers eine Rolle, erklären aber die Erscheinung nur teilweise.

Im Anschluß an Meißner beschäftigte sich auch F. M. Urban[2]) mit der Frage der psychologischen Ursachen der bei Durchgangsbeobachtungen auftretenden Dezimalgleichung. Er sucht eine Übereinstimmung nachzuweisen zwischen den Beobachtungen in der Astronomie und den bei psychologischen Laboratoriumsversuchen über Schätzungen kleiner Zeitgrößen und bei Komplikationsversuchen gewonnenen Erfahrungen. In dem im American Journal of Psychology erschienenen Aufsatze vergleicht Urban die Ergebnisse Meißners mit Ergebnissen eigener Versuche, allerdings nicht über die Schätzung sehr kurzer Zeiten, sondern über die Schätzung von Zeiten von 18, 36, 72 und 108 Sekunden. Diese seine Versuche sind beschrieben in einem früheren Aufsatze von ihm und Yerkes „Time Estimation in its Relations to Sex, Age and Physiological Rhythms“[3]). Urban erkennt als den beiden Reihen von Schätzungen gemeinsamen Faktor die Tatsache der Bevorzugung gewisser Zahlenwerte. Im Gegensatz

[1]) J. Plassmann, Bericht über den 3. Kongreß für experimentelle Psychologie in Frankfurt a. M. Leipzig 1909. S. 201. — Derselbe, Zeitschrift für Psychologie. Bd. 49. 1908. S. 267 f.

[2]) F. M. Urban, American Journal of Psychology. Bd. 18. 1907. S. 187 ff. — Derselbe, Zeitschrift für Psychologie. Bd. 53. 1909. S. 361 ff.

[3]) R. M. Yerkes and F. M. Urban, Harvard Psychological Studies. Bd. 2. 1906. S. 405 ff.

zu den Meißnerschen Reihen haben die von Urban gefundenen neben der Zahl 0 die Zahl 5 an der Spitze. Das häufige Vorkommen der 5 (und auch der 0) läßt sich nach Urban erklären durch die allgemeine bei Schätzungen von langen Intervallen vorhandene Ungenauigkeit, die ihren Ausdruck findet in der Bevorzugung von „runden Zahlen". Die sowohl den Meißnerschen Reihen als auch den Reihen von Yerkes und Urban eigentümliche Bevorzugung gewisser Zahlen ist im übrigen nach Yerkes und Urban ein komplizierter psychischer Vorgang, der noch einer näheren psychologischen Analyse bedarf.

Die von Urban zum Vergleiche herangezogenen Ergebnisse einer gemeinsam mit Yerkes ausgeführten Untersuchung stehen in naher Beziehung zu einer anderen Reihe von Arbeiten, über die zum Teile J. Dauber auf S. 85 ff. dieses Bandes der „Fortschritte" berichtet hat und die uns noch in § 13 der vorliegenden Arbeit beschäftigen werden.

§ 3. APPARATE, VERSUCHSPERSONEN UND VERSUCHSANORDNUNG.

Zur Ausführung meiner Versuche dienten zwei nach Angaben von Herrn Professor Marbe angefertigte Apparate. Der eine, an dem die Zehntelmillimeter-Schätzungen stattfanden (vgl. §§ 4 bis 10), besteht aus

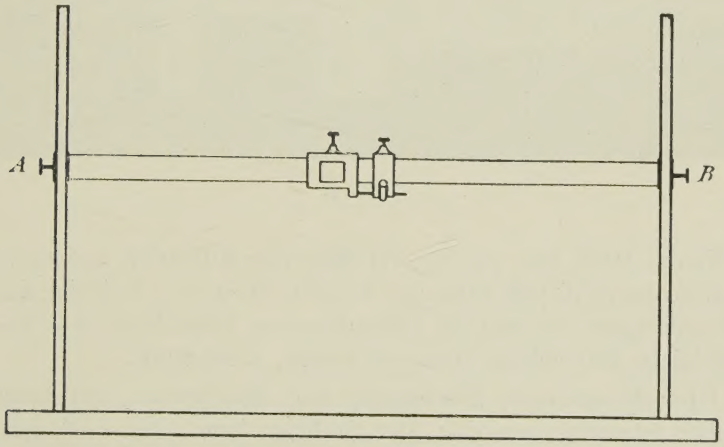

Fig. 1.

einer polierten Metalleiste (AB) von etwa 70 cm Länge und 3 cm Breite, die beiderseits eine von 0 bis 50 cm gehende, auf beiden Seiten übereinstimmende Teilung in Zentimetern und Millimetern aufweist (Fig. 1).

Fig. 2 zeigt einen beliebigen Teil der Metalleiste und der auf ihr befindlichen erwähnten Millimetereinteilung, sowie den schon in Fig. 1 wiedergegebenen Schlitten. Dieser besteht aus zwei Teilen (S_1 und S_2) und trägt, wie man sieht, einen in 10 Teile (entsprechend 9 Skalenteilen) geteilten Nonius. Der ganze Schlitten und somit auch der Nullstrich des Nonius kann beliebig von dem Experimentator nach rechts oder links verschoben und auf Zehntel von Millimetern eingestellt werden. Der Beobachter sieht nur die entgegengesetzte Seite der Metalleiste und des Schlittens, die genau wie die bisher beschriebene und abgebildete Seite gebaut ist, abgesehen davon, daß

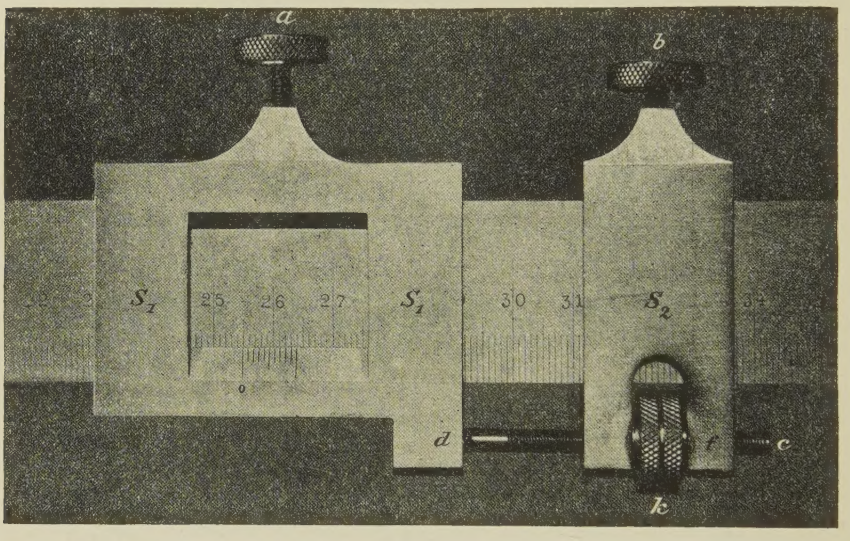

Fig. 2.

der Nonius fehlt, und nur der verschiebbare Nullstrich vorhanden ist. Mit Hilfe des Schlittens kann also der Experimentator beliebige Zehntelmillimeter einstellen und die Versuchsperson kann diese, ohne über die tatsächliche Einstellung etwas zu wissen, abschätzen.

Über die genauere Einrichtung und Handhabung des Apparates sei noch folgendes bemerkt: Der Schlitten kann nach Lockerung der Stellschrauben *a* und *b* (Fig. 2) längs der Skala verschoben werden. Neben dieser Grobeinstellung kann noch eine Feineinstellung mittels der Nonius-Regulierschraube *c* erfolgen. Der Teil S_2 des Schlittens trägt den Kopf der Regulierungsschraube (*k*) und ist durch die Schraube (*c*) selbst mit dem Teil S_1 verbunden. Das eine Ende der Schraube

ist bei d in den Teil S_1 eingelassen, das andere Ende ragt bei f frei heraus. Wird die Stellschraube a gelockert, die Schraube b aber angezogen, dann wird durch Drehung am Schraubenkopf k in der einen Richtung der Teil S_1 dem feststehenden Teil S_2 genähert, durch Drehung in der anderen Richtung aber von ihm entfernt. Innerhalb des Intervalls, das für eine Versuchsreihe in Betracht kam, konnten alle Verstellungen des Nullstriches durch Feineinstellung mittels der Nonius-Regulierschraube vorgenommen werden, ohne daß die Grobeinstellung benutzt werden mußte.

Der beschriebene Apparat wurde in einer Versuchsreihe, die 3000 Versuche umfaßte, in genau wagrechter Lage aufgestellt, in einer zweiten mit gleicher Versuchszahl in senkrechter Lage. Die zweimal 3000 Versuche an dem Apparat in horizontaler und vertikaler Lage verteilen sich auf je 10 Beobachter, von denen jeder 300 Schätzungen machte.

Der zweite Apparat diente für Versuche, bei denen Schätzungen von Zentimetern und Millimetern vorzunehmen waren (vgl. § 12). In Form und Größe ist er dem eben beschriebenen Apparat gleich. Nur seine Teilung und der Schlitten sind anders wie bei diesem. Die eine Seite des Apparates, an der der Beobachter sitzt, ist von der Mitte ausgehend nach beiden Seiten hin lediglich in Dezimeter eingeteilt, die andere, dem Experimentator zugekehrte Seite in Zentimeter und Millimeter. Der über einen Dezimeter lange Schlitten besteht hier nur aus einem Stück, das auf beiden Seiten einen Nullstrich trägt. Die Verstellung desselben erfolgt auch hier nach Lockerung einer Stellschraube, die den Schlitten am Apparat fixiert. Der Beobachter hatte bei diesen Versuchen die Aufgabe, die Distanz zwischen dem verschiebbaren Nullstrich und dem Endstrich des Dezimeters in Zentimetern und Millimetern zu schätzen. Der Experimentator konnte dadurch, daß die ihm zugewandte Seite des Apparates in Zentimeter und Millimeter eingeteilt war, die jeweils zu schätzende Distanz ohne weiteres einstellen. Es war also dem Versuchsleiter möglich, auf Millimeter genau den Nullstrich einzustellen, während der Versuchsperson als Anhaltspunkte ihres Schätzens nur die beiden Grenzstriche eines Dezimeter-Intervalls zur Verfügung standen. Dieser zweite Apparat war nur in wagrechter Lage montiert; es wurden hier von 10 Versuchspersonen je 100, also im ganzen 1000 Versuche gewonnen.

Um die Bedingungen der zu verschiedenen Tageszeiten angestellten Versuche möglichst gleich zu gestalten, fanden alle Versuche im Dunkelzimmer statt. Die Beleuchtung geschah durch elektrische Glühlampen

von 25 Kerzen Stärke. Eine Glühlampe stand auf der Seite des Versuchsleiters, eine (bei den Versuchen am zweiten Apparate wegen des größeren zu beleuchtenden Feldes zwei) auf der Seite des Beobachters. Durch dazwischen gespannte schwarze, lichtundurchlässige Tücher wurde verhindert, daß Beobachter und Experimentator durch die Lampen geblendet wurde. Bei Beginn jedes einzelnen Versuches wurde die Lampe der Versuchsperson mittels eines Stromschlüssels vom Versuchsleiter zum Aufleuchten gebracht und nach dem Versuche wieder abgestellt. Die Höhe des Kopfes des Beobachters und seine Entfernung vom Apparate — in der deutlichen Sehweite — wurde durch eine Kinnstütze fixiert. Jede Versuchsreihe umfaßte 100 Versuche mit dem gleichen Beobachter. Die Versuche an dem zuerst beschriebenen Apparat zur Schätzung von Zehntelmillimetern erstreckten sich auf drei verschiedene Stellen des auf der Leiste aufgetragenen Maßstabes (Zentimeter 5 bis 6, Zentimeter 25 bis 26 und Zentimeter 45 bis 46, bzw. bei der Vertikalstellung: 34 bis 35, 35 bis 36, 36 bis 37), bei dem zweiten Apparat zur Schätzung von Zentimetern und Millimetern nur auf einen Bereich, nämlich auf die Strecke vom Teilstrich 0 der Skala bis zu dem (vom Standpunkt des Beobachters aus) rechten Teilstrich 1. Beim ersten Apparat liefen die Zahlen auf der Seite des Beobachters von rechts nach links, bei der Vertikalstellung dieses Apparates von oben nach unten. Jedes Zehntel eines Intervalles wurde bei einer Versuchsreihe (von 100 Versuchen) einmal eingestellt, es kamen also beim Apparat für die Zehntelmillimeter-Schätzung z. B. alle Zehntelmillimeter zwischen Zentimeter 25 und Zentimeter 26 vor, also von 0 mm bis 99 mm, und beim Apparat für die Zentimeter- und Millimeterschätzung alle Millimeter zwischen Dezimeter 0 und Dezimeter 1. Der Beobachter wußte nichts über den Zweck der Versuche. Das Verfahren war ein völlig unwissentliches, der Beobachter kannte weder die Einstellungen noch auch die Richtung, in der diese von Versuch zu Versuch wechselten. Dies geschah in völlig unregelmäßiger Weise nach mehreren im voraus durch das Los bestimmten Schematen.

Den 26 Herren, welche in liebenswürdigster Weise als Versuchspersonen (Beobachter) bei den verschiedenen Versuchen fungierten, sei auch an dieser Stelle mein herzlichster Dank gesagt. Sie verteilen sich nach Beruf und Studium wie folgt: Ein Universitätsprofessor der Mathematik, sowie sieben Studierende der Mathematik und Physik, welche außer an praktischen physikalischen Übungen auch mehrere Semester lang an astronomischen Übungskursen auf der Universitäts-

sternwarte teilgenommen hatten; zwei Physiker; ein Privatdozent der Chemie; ein praktischer Arzt und vier Studierende der Medizin in höheren Semestern, die alle physiologische Praktika besucht hatten; ferner vier Psychologen, die selbst schon experimentelle Arbeiten ausgeführt hatten; ein Gesangspädagoge, ein Taubstummenlehrer, ein Studierender der Pädagogik, ein Volksschullehrer — die vier letzteren hatten alle bereits an einem Einführungskurs in die experimentelle Psychologie teilgenommen — endlich ein Studierender der Rechtswissenschaft und ein Studierender der Theologie.

Von den 10 Beobachtern bei den Zehntelmillimeter-Schätzungen am horizontalen Apparat nahmen zwei an den Versuchen am gleichen Apparat in vertikaler Stellung und der eine von diesen auch noch an den Zentimeter- und Millimeterschätzungen teil. An den letztgenannten Versuchen beteiligte sich außerdem ein Beobachter, der früher an den Versuchen mit dem vertikalen Zehntelmillimeterapparat teilgenommen hatte. Die übrigen 23 Beobachter fungierten als solche immer nur bei einer Art der Versuche.

Die Instruktion der Beobachter war bei den Zehntelmillimeter-Schätzungen folgende: „Den Nullstrich des Schlittens werde ich Ihnen an verschiedenen Stellen zwischen Zentimeter . . (25 z. B.) und Zentimeter . . (26) einstellen. Nachdem er eingestellt ist, gebe ich das Signal „Achtung!", worauf Sie Ihren Kopf einstützen; dann folgt das Signal „Jetzt!", bei dem die Lampe auf Ihrer Seite aufleuchtet. Ich bitte Sie sodann die Millimeter von rechts nach links (bzw. von oben nach unten) abzulesen und die Zehntelmillimeter zu schätzen. Wenn Sie mir das Resultat mitgeteilt haben, erlischt die Lampe wieder." Für die Versuche am zweiten Apparate wurde eine entsprechend modifizierte Instruktion gegeben.

Mit einer Versuchsperson wurden immer 100 Versuche hintereinander angestellt. Die hierzu erforderliche Zeit betrug etwa eine Stunde. Nach 50 Versuchen, eventuell auch früher, wurde gewöhnlich eine Pause von einigen Minuten eingeschaltet. Vom Aufleuchten der Glühbirne bis zur Aussage des Beobachters verstrich durchschnittlich eine Zeit von vier Sekunden.

DIE ZEHNTELMILLIMETER-SCHÄTZUNGEN AM HORIZONTALEN APPARAT (§§ 4, 5, 6, 7).

§ 4. HÄUFIGKEITSWERTE DER EINZELNEN ZEHNTEL.

Mit 10 Versuchspersonen wurden je 300, also im ganzen 3000 Versuche ausgeführt. Die Ergebnisse der Schätzungen fasse ich zu-

nächst in Tabelle 1 zusammen. In der ersten Zeile der Tabelle sind die Zehntel vom ersten bis zum nullten verzeichnet, in der zweiten Zeile die Anzahl der Schätzungen aller Versuchspersonen, die auf das betreffende Zehntel fielen.

Tabelle 1.

Zehntel	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Häufigkeit	355	340	2 2	287	214	231	269	370	329	323

Ordnen wir diese Tabelle nach der Häufigkeit, mit der die einzelnen Zehntel geschätzt wurden, so gelangen wir zur folgenden Tabelle 1 a.

Tabelle 1 a.

Zehntel	8	1	2	9	0	4	3	7	6	5
Häufigkeit	370	355	340	329	323	287	282	269	231	214

Die beiden Tabellen zeigen deutlich, daß die an den Grenzen des Intervalls liegenden Zehntel 1, 2, 8, 9 und 0 gegenüber dem in der Mitte des Intervalls liegenden Zehntel 5 und den ihm benachbarten Zehnteln 3, 4, 6 und 7 bevorzugt werden, trotzdem jedes Zehntel gleich oft, nämlich 300 mal, eingestellt war.

Von der Gesamtzahl der Schätzungen (3000) entfallen 1717, das sind 57 %, auf die Zehntel 1, 2, 8, 9 und 0 oder auf die „Randzehntel", wie wir sie nunmehr nennen wollen, und nur 1283, das sind 43 %, auf die Zehntel 3, 4, 5, 6 und 7 oder auf die „Mittenzehntel". Zur Veranschaulichung dieser Bevorzugung der Randzehntel gegenüber den Mittenzehnteln diene auch die folgende Fig. 3. Auf der Abszisse haben wir die einzelnen Zehntel, auf der Ordinate die Häufigkeitswerte der Zehntel aufgetragen. Um nicht nur die Unterschiede zwischen 0 und 1, sondern auch die zwischen 0 und 9 deutlich werden zu lassen, habe ich, wie auch in der später mitgeteilten Kurve den Wert für 0 zweimal, d. h. an beiden Enden, abgetragen.

Die Kurve steigt von der Mitte aus nach den beiden Rändern hin auf. Würde jedes Zehntel so oft geschätzt worden sein, als es eingestellt wurde, dann müßte die Kurve eine bei der Häufigkeit 300 liegende Parallele zur Abszissenachse sein, denn 300 mal wurde jedes

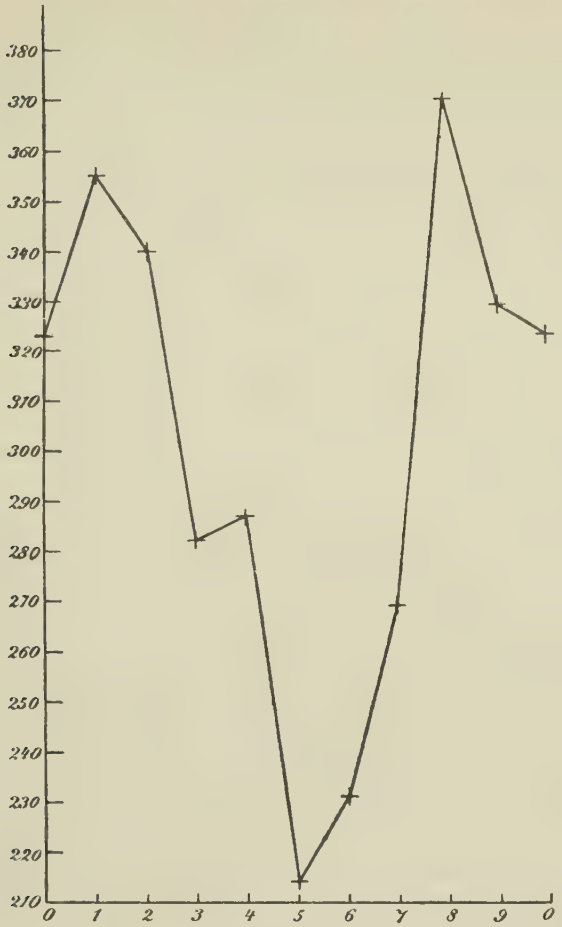

Fig. 3.

Zehntel eingestellt. Die Ordinaten der Randzehntel sind nun alle über dem Häufigkeitswert 300, die der Mittenzehntel dagegen alle darunter.

§ 5. FRAKTIONIERUNG DER VERSUCHE.

Wie steht es nun um die Bevorzugung der Randzehntel, wenn wir kleinere Fraktionen der ganzen Versuchszahl untersuchen? Teilen wir zunächst in zwei Fraktionen ein zu je 1500 Versuchen. Die erste Fraktion (Tabelle 2a) ist gebildet aus den Versuchen der Versuchs-

personen I, II, III, IV und V, die zweite Fraktion (Tabelle 2b) aus den Versuchen der Versuchspersonen VI, VII, VIII, IX und X.

Tabelle 2a.

Erste Fraktion.

Zehntel	1	2	8	9	0	4	3	7	6	5
Häufigkeit	208	185	184	169	156	131	130	125	114	98

Tabelle 2b.

Zweite Fraktion.

Zehntel	8	0	9	4	2	3	1	7	6	5
Häufigkeit	186	167	160	156	155	152	147	144	117	116

Die Tabellen zeigen, daß das aus 3000 Versuchen gewonnene Resultat sich im einzelnen nicht in beiden Fraktionen wiederfindet. Die erste Fraktion zeigt wohl eine ganz ähnliche Reihenfolge der Zehntel, geordnet nach der Häufigkeit, wie das gesamte Material, in der zweiten Fraktion finden sich aber stärkere Abweichungen (Zehntel 4, 2, 1). Wir finden jedoch das wichtigste Resultat aus dem gesamten Material auch in den Fraktionen bestätigt, wenn wir die Häufigkeiten aller Randzehntel und aller Mittenzehntel summieren. In der ersten Fraktion haben die Randzehntel eine Häufigkeit von 902 Schätzungen oder 60 % der Gesamtzahl der Schätzungen (1500), die Mittenzehntel eine Häufigkeit von 598 oder 40 %; in der zweiten Fraktion sind 815 mal (= 54 %) Randzehntel und 685 mal (= 46 %) Mittenzehntel geschätzt worden. Die Bevorzugung der Randzehntel ist also auch hier vorhanden.

Ich setze die Fraktionierung weiter fort, indem ich fünf Fraktionen zu je 600 Versuchen bilde. Die erste Fraktion (Tabelle 3a) basiert auf den Versuchen der Versuchspersonen I und II, die zweite Fraktion (Tabelle 3b) auf den Versuchen der Versuchspersonen III und IV usw.

Tabelle 3a.

Erste Fraktion (Versuchspersonen I und II).

Zehntel	1	2	9	0	8	4	7	3	6	5
Häufigkeit	85	69	69	66	65	61	49	48	46	42

Tabelle 3b.

Zweite Fraktion (Versuchspersonen III und IV).

Zehntel	1	2	8	9	0	6	7	3	4	5
Häufigkeit	87	81	75	69	58	52	49	43	43	43

Tabelle 3c.

Dritte Fraktion (Versuchspersonen V und VI).

Zehntel	8	3	2	1	4	7	9	0	6	5
Häufigkeit	82	73	66	65	65	61	61	61	41	25

Tabelle 3d.

Vierte Fraktion (Versuchspersonen VII und VIII).

Zehntel	0	8	1	4	9	2	3	7	6	5
Häufigkeit	75	69	65	64	59	57	54	54	52	51

Tabelle 3e.

Fünfte Fraktion (Versuchspersonen IX und X).

Zehntel	8	9	2	3	0	7	4	1	5	6
Häufigkeit	79	71	67	64	63	56	54	53	53	40

In der ersten Fraktion (Tabelle 3a) und in der zweiten (Tabelle 3b) gruppieren sich die Zehntel ungefähr so wie in den früheren Tabellen. In der dritten, vierten und fünften Fraktion (Tabellen 3c, d, e) hingegen treten einige Verschiebungen auf. Bei der dritten Fraktion befinden sich 3 und 4 unter den bevorzugten Zehnteln (3 wurde 73 mal, 4 wurde 65 mal geschätzt, während die Zahl der Einstellungen 60 war). Ebenso wurde 4 in der vierten Fraktion 64 mal und 3 in der fünften Fraktion 64 mal geschätzt, 1 aber nur 53 mal. Es rücken also manchmal die an der Grenze der Mittenzehntel den Randzehnteln zunächst gelegenen Zehntel 4 und 3 nach vorn. Auch in den fünf Fraktionen zu je 600 Versuchen zeigen sich aber allgemeine Gesetzmäßigkeiten: An erster Stelle der Häufigkeitsreihe steht

immer ein Randzehntel, an letzter Stelle immer 5 oder 6 (also ein Mittenzehntel). Das Zehntel 5 steht immer an vorletzter oder letzter Stelle. In Tabelle 4 sind die in Prozenten (der Gesamtzahl der Schätzungen jeder Fraktion, das ist 600) ausgedrückten Häufigkeitszahlen der Rand- und Mittenzehntel verzeichnet.

Tabelle 4.

Fraktion	Häufigkeit der geschätzten	
	Randzehntel	Mittenzehntel
1	59 %	41 %
2	62 %	38 %
3	56 %	44 %
4	54 %	46 %
5	56 %	44 %

Die Tabelle lehrt: Die Bevorzugung der Randzehntel ist auch in den fünf Fraktionen eine deutlich nachweisbare. Ist diese Bevorzugung aber auch noch bei den einzelnen Versuchspersonen vorhanden? Diese Frage soll uns die Tabelle 5 beantworten, in der wir die prozentualen Häufigkeitswerte der Rand- und Mittenzehntel bei den einzelnen Beobachtern vergleichen können.

Tabelle 5.

Versuchsperson	Häufigkeit der geschätzten	
	Randzehntel	Mittenzehntel
I	67 %	33 %
II	51 %	49 %
III	67 %	33 %
IV	57 %	43 %
V	59 %	41 %
VI	52 %	48 %
VII	53 %	47 %
VIII	56 %	44 %
IX	56 %	44 %
X	55 %	45 %

Bei jeder der zehn Versuchspersonen haben die Randzehntel eine 50 % übersteigende Zahl von Schätzungen, während die Häufigkeit

der Schätzungen der Mittenzehntel unter 50 % bleibt. Das Resultat unserer Untersuchungen ist daher: Von jeder einzelnen Versuchsperson werden beim Schätzen von Zehntelmillimetern die Randzehntel bevorzugt und die Mittenzehntel vernachlässigt.

§ 6. RICHTIGSCHÄTZUNGEN, ÜBER- UND UNTERSCHÄTZUNGEN.

Die in den Tabellen 1 und 1a angegebenen Häufigkeitswerte setzen sich aus verschiedenen Summanden zusammen, aus richtigen Schätzungen des betreffenden Zehntels und aus Über- und Unterschätzungen anderer Zehntel, die dem betreffenden Zehntel zugute kommen. Die statistischen Untersuchungen von in astronomischen Beobachtungsbüchern schon vorliegendem Material, wie sie Meißner und Grossmann vornahmen, erlauben nur auf Grund willkürlicher Annahmen eine Zerlegung der Häufigkeitswerte in ihre einzelnen Summanden. Bei meiner Versuchsanordnung jedoch, wo bei jeder Schätzung auch die wirkliche Einstellung bekannt war, ist diese Zerlegung ohne weiteres möglich. Die folgende Tabelle 6 gibt zunächst an, wie oft jedes der eingestellten Zehntel, die in der ersten Vertikalreihe angegeben sind, als Zehntel 1, Zehntel 2 usw. bis Zehntel 0 geschätzt wurde, was aus den Horizontalreihen zu entnehmen ist. In der letzten Horizontalreihe sind die Summen gebildet, welche mit den in Tabelle 1 angegebenen Werten übereinstimmen. Aus der Tabelle 6 ersehen wir z. B., daß das eingestellte Zehntel 3 — wie die dritte Horizontalreihe zeigt — in einem Falle als Zehntel 1, in 111 Fällen als Zehntel 2, in 166 Fällen als Zehntel 3 — also 166 mal richtig — und in 22 Fällen als Zehntel 4 geschätzt wurde. Daraus können wir berechnen, daß das Zehntel 3 112 mal unterschätzt und 22 mal überschätzt, im ganzen also 134 (= 112 + 22) mal nicht als Zehntel 3 erkannt oder falsch geschätzt wurde. Betrachten wir die Vertikalkolumne des Zehntels 3, so finden wir, daß der Häufigkeitswert des geschätzten Zehntels 3 sich summiert aus 9 Fällen, wo ein eingestelltes Zehntel 2 als Zehntel 3 geschätzt wurde, 166 Fällen, wo ein eingestelltes Zehntel 3 richtig als solches erkannt wurde, 103 Fällen, wo ein eingestelltes Zehntel 4 und 4 Fällen, wo ein eingestelltes Zehntel 5 als Zehntel 3 geschätzt wurde. Es ist 116 (= 9 + 103 + 4) mal die Schätzung des Zehntels 3 zurückzuführen auf Fälle, wo es an Stelle eines anderen Zehntels geschätzt wurde, 9 davon waren Über-, 107 Unterschätzungen anderer Zehntel.

Tabelle 6.

Eingestelltes Zehntel	Geschätzt als Zehntel										Summe
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	
1	263	18								19	300
2	91	200	9								300
3	1	111	166	22							300
4		9	103	178	10						300
5		2	4	86	174	33	1				300
6				1	30	186	80	2	1		300
7						12	171	117			300
8							17	232	51		300
9								19	268	13	300
0									9	291	300
Summe	355	340	282	287	214	231	269	370	329	323	3000

Bevor ich die Ergebnisse der Tabelle 6 bespreche, ziehe ich aus ihr der Übersichtlichkeit halber die Zahlen der richtigen Schätzungen im allgemeinen und der Über- und Unterschätzungen der eingestellten Zehntel im besonderen zusammen und erhalte die Tabelle 7. In der ersten Vertikalkolumne dieser Tabelle stehen die eingestellten Zehntel 1, 2 usw. bis 0, in der zweiten Vertikalkolumne die Anzahl der richtigen Schätzungen bei den eingestellten Zehnteln 1 bis 0, in der dritten Vertikalkolumne die Anzahl der falschen Schätzungen, in der vierten die der Über- und in der fünften die der Unterschätzungen. Die letzte horizontale Zeile bringt die Summen der vertikalen Reihen.

Tabelle 7.

Eingestelltes Zehntel	Richtige Schätzungen	Falsche Schätzungen	Anzahl der	
			Überschätzungen	Unterschätzungen
1	263	37	18	19
2	200	100	9	91
3	166	134	22	112
4	178	122	10	112
5	174	126	34	92
6	186	114	83	31
7	171	129	117	12
8	232	68	51	17
9	268	32	13	19
0	291	9	0	9
Summe	2129	871	357	514

Aus der Tabelle 6 und 7 ist zu entnehmen, daß von den 3000 Schätzungen 2129, das sind 71 %, richtige und 871, das sind 29 %, falsche Schätzungen waren. Die letzteren teilen sich in 357 (41 %) Überschätzungen und in 514 (59 %) Unterschätzungen, die Unterschätzungen überwiegen also etwas.

Die Randzehntel (1, 2, 8, 9, 0) werden häufiger als die anderen richtig, die Mittenzehntel (3, 4, 5, 6, 7) häufiger als die anderen falsch geschätzt. Von den Richtigschätzungen waren 59 % Richtigschätzungen der Randzehntel und nur 41 % solche der Mittenzehntel. 25 % der Überschätzungen waren Überschätzungen der Randzehntel, 75 % solche der Mittenzehntel. In 30 % der Unterschätzungen wurden Randzehntel unterschätzt und in 70 % der Unterschätzungen Mittenzehntel.

Wenn wir von den Zehnteln absehen, bei denen die Zahl der Falschschätzungen eine sehr kleine ist, also von 0, 9 und 1, so bemerken wir, daß die Schätzungen der Zehntel unterhalb von 5, nämlich der Zehntel 2, 3 und 4 zusammen, 14 % der Summe aller Überschätzungen (der Zehntel 2, 3, 4, 6, 7, 8) und 84 % der Summe aller Unterschätzungen aufweisen. Auf die Zehntel oberhalb von 5, d. h. auf die Zehntel 6, 7 und 8 fallen 86 % der Überschätzungen und 16 % der Unterschätzungen. Die niederen Zehntel werden also häufiger unterschätzt als überschätzt, die höheren Zehntel dagegen häufiger überschätzt als unterschätzt. Die Schätzungen weisen also den Einstellungen gegenüber eine Verschiebung nach den Rändern des Intervalls hin, innerhalb dessen geschätzt wird, auf und zwar jeweils nach der dem eingestellten Zehntel zunächst liegenden Intervallgrenze.

Wir gehen jetzt über zur Besprechung der für die einzelnen Zehntel sich aus Tabelle 7 ergebenden Resultate. In der Kolumne der richtigen Schätzungen finden wir Zehntel 0 als das am häufigsten richtig, d. h. am besten geschätzte Zehntel, es hat nur 3 % falsche Schätzungen (wobei die Prozente aus der Gesamtzahl 300 der Einstellungen des Zehntels gewonnen wurden). Zehntel 9 hat 11 % und Zehntel 1 hat 12 % Falschschätzungen, während Zehntel 3 als das am häufigsten falsch geschätzte Zehntel 45 % falsche Schätzungen aufweist. Am meisten überschätzt wird Zehntel 7 mit 39 % Überschätzungen (bei 300 Einstellungen), dann Zehntel 6 mit 28 %, Zehntel 8 mit 17 % und Zehntel 5 mit 11 %. Am häufigsten unterschätzt wird Zehntel 3 (37 %), und Zehntel 4 (37 %), dann Zehntel 5 (31 %) und Zehntel 2 (30 %). Zehntel 0,

das, wie wir sahen, von allen Zehnteln am wenigsten falsch geschätzt wurde, ist auch das am wenigsten überschätzte und das am wenigsten unterschätzte Zehntel (0 % bzw. 3 %).

Die Häufigkeit, mit der ein Zehntel geschätzt wurde, hängt nun ab einerseits von der Häufigkeit seiner Richtigschätzungen (und damit von der komplementären Häufigkeit seiner Falschschätzungen), andererseits aber auch von der Häufigkeit, mit der andere Zehntel fälschlich als dieses betreffende Zehntel geschätzt werden. Die Gesamthäufigkeit des Zehntels 3 z. B., die 282 ist, setzt sich wie oben (S. 185) ausgeführt, zusammen aus 166 Richtigschätzungen, aus 9 Fällen, in denen das Zehntel 2 als 3 geschätzt wurde, aus 103 Fällen, in denen das Zehntel 4 als 3 geschätzt wurde und aus 4 Fällen, in denen das Zehntel 5 als 3 geschätzt wurde.

Wenn die Falschschätzungen eines Zehntels sehr zahlreich sind, kann dieses Zehntel dennoch einen großen Wert der Gesamthäufigkeit seines Vorkommens erreichen, sofern nur andere Zehntel häufig fälschlich als dieses eine Zehntel geschätzt werden. Wenn diese falschen Schätzungen anderer Zehntel ebenso häufig vorkommen wie die Falschschätzungen des betreffenden Zehntels, dann ist die Gesamthäufigkeit der Schätzungen des Zehntels gleich der Anzahl der Einstellungen des betreffenden Zehntels, also gleich 300. Überwiegen aber die falschen Schätzungen dieser anderen Zehntel über die Zahl der Falschschätzungen des betreffenden Zehntels, dann ist die Gesamthäufigkeit größer als die Zahl der Einstellungen, also größer als 300. Bleiben schließlich die ersteren hinter den letzteren zurück, dann muß die Gesamthäufigkeit kleiner sein als die Zahl der Einstellungen des betreffenden Zehntels, also kleiner als 300. Die Gesamthäufigkeit der Schätzungen eines Zehntels hängt also auch ab von der Differenz (D) der Häufigkeit der falschen Schätzungen dieses Zehntels und der Häufigkeit, mit der andere Zehntel fälschlich als dieses Zehntel geschätzt werden. Die Differenz kann positiv oder negativ sein, je nachdem die Fälle überwiegen, wo das Zehntel an Stelle eines anderen eingestellten Zehntels geschätzt wurde, oder die Fälle, wo es falsch geschätzt wurde. In Tabelle 8 stelle ich nun zusammen, wie oft ein jedes Zehntel fälschlich an Stelle anderer eingestellter Zehntel geschätzt wurde, ferner wie oft dasselbe Zehntel, wenn es eingestellt war, falsch geschätzt wurde, und wie groß die Differenz (D) der beiden Werte ist. In der zweiten Zeile der Tabelle 8 sind die Falschschätzungen zu Gunsten eines jeden Zehntels in der dritten Zeile die Falschschätzungen zu Ungunsten des betreffenden Zehntels notiert. Die

Differenzen D (in der vierten Zeile) geben zur Zahl 300, der Zahl des tatsächlichen Vorkommens jedes Zehntels, addiert die Häufigkeitswerte der einzelnen Zehntel, wie sie aus Tabelle 1 ersichtlich.

Tabelle 8.

Zehntel	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
An Stelle eines anderen eingestellten Zehntels geschätzt	92	140	116	109	40	45	98	138	61	32
Als ein anderes Zehntel falsch geschätzt	37	100	134	122	126	114	129	68	32	9
Differenz (D)	+ 55	+ 40	− 18	− 13	− 86	− 69	− 31	+ 70	+ 29	+ 23

Alle Randzehntel (1, 2, 8, 9, 0) weisen in der zweiten Zeile der Tabelle größere Werte auf als in der dritten, von den Mittenzehnteln (3, 4, 5, 6, 7) dagegen gilt das Umgekehrte. Die Randzehntel haben infolgedessen eine positive, die Mittenzehntel eine negative Differenz (D). Die eingestellten Mittenzehntel werden nach der dritten Zeile viel häufiger fälschlich als ein anderes Zehntel geschätzt wie die eingestellten Randzehntel und zwar die eingestellten Mittenzehntel mit einer Häufigkeit von 72 % der Fehlschätzungen aller Zehntel, die Randzehntel mit einer Häufigkeit von 28 % aller Fehlschätzungen. Nach der zweiten Zeile werden die Randzehntel mit einer Häufigkeit von 53 % der Fehlschätzungen aller Zehntel an Stelle eines anderen eingestellten Zehntels geschätzt, die Mittenzehntel mit einer Häufigkeit von 47 %.

Die auffallende Bevorzugung der Randzehntel gegenüber den Mittenzehnteln rührt also einerseits daher, daß die Randzehntel häufiger richtig geschätzt werden als die Mittenzehntel und andererseits daher, daß die eingestellten Mittenzehntel häufig fälschlich als Randzehntel geschätzt werden.

§ 7. VERSUCHE MIT GETEILTER AUFMERKSAMKEIT.

Bei Schätzungen in der Praxis, z. B. der astronomischen, ist oft eine Teilung der Aufmerksamkeit nötig. Bei Durchgangsbeobachtungen z. B. hat man Schläge eines Chronometers zu zählen und

auf den Augenblick des Durchgangs zu warten. Um den Effekt einer solchen Teilung der Aufmerksamkeit kennen zu lernen, ließ ich drei von den Beobachtern am horizontal montierten Apparat je 100 Schätzungen von Zehntelmillimetern in der Weise ausführen, daß die Versuchsperson während des Versuches Metronomschläge, die in einem Intervall von einer Sekunde einander folgten, zählen mußte. Es waren nur 300 Versuche, und es war wegen der veränderten Versuchsbedingungen und wegen der gegenüber den 3000 früheren Versuchen geringen Anzahl der Versuche nicht das gleiche Resultat wie bei 3000 Versuchen zu erwarten. Als Häufigkeitsreihe der einzelnen Zehntel ergab sich:

Tabelle 9.

Geschätztes Zehntel	8	2	9	0	1	3	4	5	6	7
Häufigkeit	52	47	37	35	30	22	22	22	19	14

Wie wir aus Tabelle 9 berechnen, kommen die Randzehntel mit 67 % Häufigkeit vor und die Mittenzehntel mit 33 % Häufigkeit. Bei 3000 Versuchen ohne Ablenkung hatten wir 57 % und 43 % Häufigkeit, und wenn wir von diesen 3000 Versuchen die 900 Versuche der drei Versuchspersonen, die wir bei den gerade vorliegenden Versuchen verwendeten, betrachten, so finden wir für die Randzehntel eine Häufigkeit von 56 % und für die Mittenzehntel von 44 %. Der Unterschied zwischen der Bevorzugung der Randzehntel und der Vernachlässigung der Mittenzehntel tritt also bei geteilter Aufmerksamkeit noch deutlicher hervor. Eine bemerkenswerte Verschiebung der Reihenfolge der Zehntel in der Häufigkeitsreihe ist nicht vorhanden, die Verschiebung des Zehntels 5 z. B. gegenüber 6 und 7 ist bedeutungslos, wenn man die gegenüber der früheren Zahl der Versuche geringe Zahl dieser Versuche bedenkt.

Unter den 300 Schätzungen waren 176, d. i. 59 %, Richtigschätzungen. Bei 3000 Versuchen fanden wir 71 % und bei den früheren Versuchen unserer drei Versuchspersonen 75 % richtige Schätzungen. Es ist also durch die Teilung der Aufmerksamkeit die Fehlerzahl beträchtlich vergrößert worden, sie ist von 25 % auf 41 % gestiegen. Von den Richtigschätzungen fielen bei 3000 Versuchen 59 % auf die Randzehntel und 41 % auf die Mittenzehntel, bei den früheren Versuchen der drei Beobachter waren die Zahlen 58 % und 42 %. Bei den vorliegenden Versuchen haben die

Randzehntel 70 % richtige Schätzungen und die Mittenzehntel nur 30 % oder in Worten: Die Mittenzehntel wurden bei den Versuchen mit geteilter Aufmerksamkeit weit weniger häufig richtig geschätzt als bei den früheren Versuchen.

Das Gesamtresultat der Untersuchungen dieses Paragraphen ist also: Durch die Teilung der Aufmerksamkeit wird die Bevorzugung der Randzehntel zu Ungunsten der Mittenzehntel und damit die Vernachlässigung der Mittenzehntel zu Gunsten der Randzehntel eine noch größere.

DIE ZEHNTELMILLIMETER-SCHÄTZUNGEN AM VERTIKALEN APPARAT (§§ 8, 9, 10).

§ 8. HÄUFIGKEITSWERTE DER EINZELNEN ZEHNTEL.

In derselben Weise wie bei den Zehntelmillimeter-Schätzungen am horizontalen Apparat wurden Versuche ausgeführt, bei denen der Apparat vertikal gestellt war. Diese Versuche galten zunächst der Beantwortung der Frage, ob die am horizontalen Apparat gewonnenen Resultate von der Raumlage des Apparates unabhängig sind. Man könnte schließlich daran denken — obwohl dies bei den minimalen Strecken, die in diesen Versuchen geschätzt wurden, recht unwahrscheinlich ist — daß Augenbewegungen oder Impulse zu solchen von Einfluß sind auf die Schätzungen. Ein zweiter Grund für die Ausführung dieser Versuche lag darin, daß ja auch in der Praxis bei den verschiedensten Raumlagen der Apparate geschätzt werden muß.

Zur Untersuchung lagen wiederum 3000 Versuche von zehn Beobachtern vor, von denen jeder 300 Schätzungen anstellte. Unter den zehn Versuchspersonen befanden sich zwei Herren, die schon an den früheren Versuchen am horizontalgestellten Apparat teilgenommen hatten. Sechs von den neuen Versuchspersonen waren durch längeren Besuch von astronomischen Übungskursen mit Ablesungen und Schätzungen einigermaßen vertraut. Es fanden bei jeder Versuchsperson wiederum an drei verschiedenen Stellen des Maßstabes je 100 Versuche statt.

Die Gesamtzahl der Schätzungen, die sich auf die einzelnen Zehntel beziehen, bringt die Tabelle 10. In der ersten Zeile stehen die Zehntel von 1 bis 0, in der zweiten Zeile die Häufigkeitswerte der betreffenden Zehntel.

Tabelle 10.

Zehntel	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Häufigkeit	296	349	269	272	232	269	254	418	315	326

Nach ihrer Häufigkeit folgen die Zehntel einander wie in der nachstehenden Tabelle 10a.

Tabelle 10a.

Zehntel	8	2	0	9	1	4	3	6	7	5
Häufigkeit	418	349	326	315	296	272	269	269	254	232

Diese Tabelle zeigt dieselbe Gesetzmäßigkeit wie die Tabelle 1, bzw. 1a:

Die Randzehntel werden bevorzugt, die Mittenzehntel werden vernachlässigt. Von den 3000 Schätzungen entfallen 1704, das sind 57 % (so viel wie bei den 3000 Versuchen am horizontalen Apparat), auf die Randzehntel und 1296, das sind 43 % der Schätzungen, auf die Mittenzehntel.

Man sieht aus der Übereinstimmung der Resultate der Versuche am horizontalen Apparat mit den unter abgeänderten Versuchsbedingungen gewonnenen, daß bezüglich der Wahl von Rand- und Mittenzehnteln kein Einfluß von Augenbewegungen auf den Schätzungsvorgang statthat.

§ 9. FRAKTIONIERUNG DER VERSUCHE.

Auch bei der Teilung der Gesamtzahl der Versuche in Fraktionen gewinnen wir ein ganz analoges Resultat wie früher in § 5. Die Tabelle 11a enthält die erste Fraktion, bestehend aus 1500 Versuchen der Beobachter I′, II′, III′, IV′ und V′ [1]); die Tabelle 11b enthält die zweite Fraktion, die gebildet ist aus 1500 Versuchen der Beobachter VI′, VII′, VIII′, IX′ und X′.

Tabelle 11a.
Erste Fraktion.

Zehntel	8	2	0	9	4	7	6	3	1	5
Häufigkeit	194	182	158	152	148	143	142	138	129	114

[1]) Zum Unterschiede von den früheren Beobachtern (I, II usw.) werden die jetzigen mit I′, II′ usw. bezeichnet.

Tabelle 11 b.

Zweite Fraktion.

Zehntel	8	0	1	2	9	3	6	4	5	7
Häufigkeit	224	168	167	167	163	131	127	124	118	111

Sowohl in der ersten als auch in der zweiten Fraktion haben sämtliche Mittenzehntel eine kleinere Häufigkeit als 150, d. h. sie kommen nicht so oft vor als sie eingestellt waren. Hingegen haben alle Randzehntel in beiden Fraktionen eine größere Häufigkeit als die Zahl der Einstellungen betrug, mit einer einzigen Ausnahme: In der ersten Fraktion tritt das Zehntel 1 stark zurück. Die Häufigkeit der Randzehntel in der ersten Fraktion ist 815, das sind 54 %, die der Mittenzehntel 685, das sind 46 %. In der zweiten Fraktion fallen auf die Randzehntel 889 Schätzungen, d. i. 59 %, auf die Mittenzehntel 611, d. i. 41 %. Es wurden also in beiden Fraktionen die Randzehntel den Mittenzehnteln beim Schätzen vorgezogen.

Von einer weiteren Fortsetzung der Fraktionierung sehe ich ab und bringe in Tabelle 12 gleich die prozentualen Häufigkeitswerte der Rand- und Mittenzehntel bei den einzelnen Versuchspersonen. Die Tabelle 12 ist in gleicher Weise angelegt wie Tabelle 5.

Tabelle 12.

Versuchspersonen	Häufigkeit der geschätzten	
	Randzehntel	Mittenzehntel
I'	56 %	44 %
II'	50 %	50 %
III'	52 %	48 %
IV'	63 %	37 %
V'	51 %	49 %
VI'	65 %	35 %
VII'	60 %	40 %
VIII'	58 %	42 %
IX'	60 %	40 %
X'	54 %	46 %

Die Randzehntel haben, wie wir aus der Tabelle ersehen, bei neun Versuchspersonen eine 50 % übersteigende Häufigkeit und die Mitten-

zehntel eine unter 50 % bleibende. Nur eine Versuchsperson, Versuchsperson II′, hat gleichviel Schätzungen bei Rand- und Mittenzehnteln. Es rührt dies, wie ich aus den Schätzungsreihen der Versuchsperson II′ entnehme, daher, daß diese Versuchsperson die Randzehntel 1, 9 und 0 verhältnismäßig oft falsch schätzt gegenüber den Mittenzehnteln 4, 6 und 3, die eine größere Zahl von Richtigschätzungen aufweisen. Durch die Schätzungen dieses Beobachters und durch die der Beobachter V′ und III′, deren Häufigkeitszahlen für Rand- und Mittenzehntel wenig differieren (Versuchsperson V′: 51 % und 49 %, Versuchsperson III′: 52 % und 48 %), ist übrigens auch die in der ersten Fraktion (Tabelle 11a) vorhandene Verschiebung des Zehntels 1 bedingt. Also auch bei Fraktionierung können wir keinen Einfluß der veränderten Versuchsbedingungen finden.

§ 10. RICHTIGSCHÄTZUNGEN, ÜBER- UND UNTERSCHÄTZUNGEN.

Wie sich die Schätzungen am vertikalen Apparat auf die verschiedenen eingestellten Zehntel verteilen, sowie die Summanden der Häufigkeitswerte der Zehntel kann man aus Tabelle 13 ersehen, deren Einrichtung und Gebrauch genau wie bei Tabelle 6 ist.

Tabelle 13.

Eingestelltes Zehntel	Geschätzt als Zehntel										Summe
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	
1	241	49								10	300
2	34	243	23								300
3	2	57	201	40							300
4			45	206	43	4	2				300
5				26	179	74	18	3			300
6					10	173	95	21	1		300
7						18	124	149	9		300
8							15	226	59		300
9								19	244	37	300
0	19								2	279	300
Summe	296	349	269	272	232	269	254	418	315	326	3000

Bevor ich mich zur Diskussion der Tabelle 13 wende, lasse ich wie bei den Versuchen am horizontalen Apparat eine aus Tabelle 13 ge-

wonnene Zusammenstellung der Anzahl der richtigen und falschen Schätzungen, der Über- und Unterschätzungen der zehn eingestellten Zehntel als Tabelle 14 folgen.

Tabelle 14.

Eingestelltes Zehntel	Richtige Schätzungen	Falsche Schätzungen	Anzahl der	
			Überschätzungen	Unterschätzungen
1	241	59	49	10
2	243	57	23	34
3	201	99	40	59
4	206	94	49	45
5	179	121	95	26
6	173	127	117	10
7	124	176	158	18
8	226	74	59	15
9	244	56	37	19
0	279	21	19	2
Summe	2116	884	646	238

Bei Betrachtung der Tabellen 13 und 14 zeigt sich folgendes: Von den 3000 Schätzungen waren 2116, das sind 71 %, richtige und 884, das sind 29 %, falsche Schätzungen. Bei den Schätzungen am horizontalen Apparat fand sich genau dieselbe prozentuale Verteilung der Richtig- und Falschschätzungen. Auch hierin ist kein Einfluß der veränderten Versuchsbedingungen wahrzunehmen. Zum Vergleich füge ich im folgenden den neuen Resultaten in Klammer die früheren, am horizontalen Apparat gefundenen, bei.

Die Falschschätzungen zerfielen in 646 Überschätzungen, das sind 73 % (41 %) der Falschschätzungen, und in 238 Unterschätzungen, das sind 27 % (59 %). Mit den eingeklammerten Zahlen verglichen zeigt sich hier ein Unterschied der Versuchsergebnisse am vertikalen Apparat denen am horizontalen Apparat gegenüber. Wir haben jetzt, bei der Vertikalstellung des Apparates, in überwiegender Mehrzahl Überschätzungen, während früher die Unterschätzungen überwogen, freilich nicht stark. Auf diese auffallende Erscheinung soll später noch eingegangen werden.

Die Randzehntel werden häufiger richtig, die Mittenzehntel häufiger falsch geschätzt. Von den Richtigschätzungen treffen auf die Randzehntel 58 % (59 %) und auf die Mittenzehntel nur 42 %

(41 %). 29 % (25 %) der Überschätzungen sind Überschätzungen der Randzehntel, 71 % (75 %) solche der Mittenzehntel. 34 % (30 %) der Unterschätzungen sind Unterschätzungen der Randzehntel, dagegen 66 % (70 %) Unterschätzungen der Mittenzehntel.

Sehen wir von den Zehnteln 0, 9 und 1 ab, wegen der geringen Anzahl von Falschschätzungen bei ihnen, so finden wir bei den Zehnteln unterhalb von 5, d. h. bei den Zehnteln 2, 3 und 4, zusammen betrachtet, daß auf sie 25 % (14 %) der Summe aller Überschätzungen (der Zehntel 2, 3, 4, 6, 7, 8) fallen und 76 % (84 %) der Summe aller Unterschätzungen der genannten Zehntel. Auf die Zehntel oberhalb von 5, also die Zehntel 6, 7 und 8 kommen 75 % (86 %) Überschätzungen und 24 % (16 %) Unterschätzungen. Es tritt also sowohl bei horizontaler als auch bei vertikaler Stellung des Apparates eine Verschiebung der Schätzungen auf und zwar in der Richtung nach derjenigen Grenze des Intervalls (demjenigen Millimeterstrich), welche dem eingestellten Zehntel zunächst liegt.

Was nun die Zehntel mit den größten Werten in den einzelnen Kolumnen der Tabelle 14 anbelangt, so zeigt sich bei den richtigen Schätzungen Zehntel 0 als das am häufigsten richtig oder am besten geschätzte Zehntel, es hat nur 7 % (3 %) falsche Schätzungen (die Prozente sind berechnet aus der Gesamtzahl 300 der Einstellungen jedes Zehntels). Zehntel 7 (früher Zehntel 3) wird am meisten falsch geschätzt, es hat 59 % falsche Schätzungen.

Das am meisten überschätzte Zehntel ist 7 mit 53 % (39 %) Überschätzungen (von 300 Einstellungen), dann folgen die Zehntel 6, 5 und 8 (Zehntel 6, 8, 5). Das am meisten unterschätzte Zehntel ist 3 mit 20 % (37 %) Unterschätzungen, dann kommen die Zehntel 4, 2 und 5 (Zehntel 4, 5, 2). Am wenigsten über- und unterschätzt wird 0 mit 6 % bzw. 1 % (0 % bzw. 3 %). Bezüglich der am häufigsten richtig und falsch geschätzten, über- und unterschätzten Zehntel ergeben sich also die nämlichen Resultate wie bei den früheren Versuchen am horizontalen Apparat.

Um nun einen Einblick zu bekommen in die Abhängigkeit der Gesamthäufigkeit der Schätzungen eines Zehntels von der Differenz (D) der Häufigkeit der falschen Schätzungen dieses Zehntels und der Häufigkeit, mit der andere Zehntel fälschlich als dieses Zehntel geschätzt werden, habe ich die Tabelle 15 angelegt. Die Einrichtung der Tabelle ist dieselbe wie die der Tabelle 8. In der zweiten Horizontalreihe finden sich die Falschschätzungen zu Gunsten eines Zehntels, in der dritten Horizontalreihe die Falschschätzungen zu

Ungunsten des Zehntels und in der vierten Reihe die Differenzen (D).

Tabelle 15.

Zehntel	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
An Stelle eines anderen eingestellten Zehntels geschätzt	55	106	68	66	53	96	130	192	71	47
Als ein anderes Zehntel falsch geschätzt	59	57	99	94	121	127	176	74	56	21
Differenz (D)	−4	+49	−31	−28	−68	−31	−46	+118	+15	+26

Die Randzehntel (mit Ausnahme des Zehntels 1, das eine allerdings geringfügige Abweichung zeigt) haben wiederum positive Differenzen, die Mittenzehntel negative. Ziehen wir die einzelnen Werte für Rand- und Mittenzehntel zusammen, so stellt sich heraus, daß nach der ersten Zeile die Randzehntel in 53 % (53 %) der Falschschätzungen aller Zehntel und die Mittenzehntel in 47 % (47 %) der Gesamtfalschschätzungen an Stelle eines anderen eingestellten Zehntels geschätzt wurden. Nach Zeile 3 treffen von den Falschschätzungen zu Ungunsten (des Häufigkeitswertes) des eingestellten Zehntels 30 % (28 %) auf die Randzehntel und 70 % (72 %) auf die Mittenzehntel. Die Bevorzugung der Randzehntel gründet sich also auch hier darauf, daß die Randzehntel häufiger richtig geschätzt werden als die Mittenzehntel und daß die eingestellten Mittenzehntel häufiger falsch geschätzt werden und zwar als Randzehntel. Es verschieben sich wiederum die Schätzungen von der Mitte ausgehend nach den Grenzen des Intervalls.

Wir haben also eine weitgehende Übereinstimmung der Versuche am vertikalen und am horizontalen Apparat nachweisen können. Die einzige Differenz, die wir fanden, liegt in der Häufigkeit der Über- und Unterschätzungen. Bei horizontalem Apparat überwiegen die Unterschätzungen, bei vertikalem Apparat deutlich die Überschätzungen.

Man könnte nun zunächst daran denken, daß diese Differenz nicht durch die Raumlage des Apparates bedingt ist, sondern durch die individuelle Eigenart einzelner Versuchspersonen. Von den Ver-

suchspersonen, die die Schätzungen am vertikalen Apparat vorgenommen haben, waren ja die meisten (8 von 10) nicht an den Versuchen am horizontalen Apparat beteiligt. Wenn nun unter diesen neuen Versuchspersonen mehrere waren, die eine gewisse Tendenz zu Überschätzungen aufweisen, dann würde damit die Differenz der beiden Versuchsreihen erklärt sein. Wenn aber alle Versuchspersonen mehr Überschätzungen in diesen Versuchen aufweisen, dann muß hier offenbar eine nicht bloß durch individuelle Unterschiede bedingte Gesetzmäßigkeit vorliegen. Es läßt sich nun auch zeigen, daß an der Differenz die individuelle Eigenart der Versuchspersonen nicht schuld sein kann. Die folgende Tabelle wird uns das beweisen. In Tabelle 16 steht in der ersten Vertikalkolumne die Zahl der Überschätzungen, in der zweiten Vertikalkolumne die Zahl der Unterschätzungen für die einzelnen Versuchspersonen I′ bis X′. Die dritte Kolumne bringt die Differenzen zwischen Überschätzungen und Unterschätzungen. In der letzten Horizontalkolumne sind die Summen der betreffenden Vertikalkolumnen gebildet.

Tabelle 16.

Versuchsperson	Anzahl der		Differenz
	Überschätzungen	Unterschätzungen	Überschätzung — Unterschätzung
I′	52	51	+ 1
II′	28	38	— 10
III′	59	5	+ 54
IV′	141	14	+ 127
V′	49	6	+ 43
VI′	131	31	+ 100
VII′	61	20	+ 41
VIII′	50	19	+ 31
IX′	44	38	+ 6
X′	31	16	+ 15
Summe	646	238	+ 408

Man sieht, daß alle Versuchspersonen mit einer Ausnahme (Versuchsperson II′) mehr Über- als Unterschätzungen aufweisen. Bei Versuchsperson II′ überwiegen die Unterschätzungen um ein geringes. Dieselbe Versuchsperson II′ hat auch sonst noch von den übrigen etwas abweichende Resultate ergeben. Die Gründe dieser Abweichung interessieren uns hier nicht weiter. Jedenfalls kann, wie man aus der

Tabelle sieht, diese eine Abweichung unmöglich die Differenz zwischen den Versuchen am vertikalen Apparat und denjenigen am horizontalen erklären. Die individuelle Eigenart der Beobachter kann also nicht an der Differenz schuld sein.

Die Differenz der Schätzungen am vertikalen und am horizontalen Apparat wird uns aber verständlich, wenn wir uns an eine bekannte Augentäuschung erinnern. Delboeuf[1]) fand, daß man bei dem Versuch eine vertikale Gerade zu halbieren die obere Hälfte im Durchschnitt um 1/16 zu klein macht, daß also der obere Teil überschätzt wird. Da nun unser vertikaler Apparat so gestellt war, daß auf der Seite der Versuchsperson die Zentimeterzahlen von oben nach unten zunahmen — z. B. kamen von oben nach unten Zentimeter 25, dann 26, dann 27 usw. —, so ist es erklärlich, daß z. B. Zehntel 5 geschätzt wurde, wo Zehntel 4 oder Zehntel 3 eingestellt war, und daß Zehntel 6 geschätzt wurde, wo Zehntel 5 oder Zehntel 7 eingestellt war usw. Denn bei genauer Einstellung der Hälfte der Strecke (Zehntel 5) erscheint die erste Hälfte zu groß, es wird also etwa 6 oder 7 geschätzt werden. Und analog verhält es sich bei Einstellung der über 5 liegenden Zehntel. War dies nun tatsächlich der Fall? Vergleichen wir die Tabellen 7 und 14 miteinander bezüglich ihrer Über- und Unterschätzungskolumnen! Während Zehntel 5 in Tabelle 7 nur 34 Über- und dagegen 92 Unterschätzungen hatte, hatte es in Tabelle 14 95 Über- und nur 26 Unterschätzungen. Das Verhältnis hat sich also gerade umgekehrt. Ebenso besaß Zehntel 4 in Tabelle 7 nur 10 Überschätzungen gegen die große Zahl von 112 Unterschätzungen, während es in Tabelle 14 49 Über- und 45 Unterschätzungen aufwies. Das auffallend starke Überwiegen der Unterschätzungen hat sich sogar in ein geringes Überwiegen der Überschätzungen verwandelt. Bei 3 und 2 überwiegen in Tabelle 14 die Unterschätzungen um ein geringes, während sie in Tabelle 7 sehr stark überwogen hatten. Bei 1 zeigt sich ein deutliches Plus der Überschätzungen in Tabelle 14, wogegen in Tabelle 7 die Über- und Unterschätzungen sich ungefähr gleich bleiben. Betrachten wir jetzt die höheren Zehntel 6, 7 und 8, die in beiden Tabellen mehr Über- als Unterschätzungen zeigen, so stellt sich heraus, daß doch in Tabelle 14 die Überschätzungen an Zahl um viel mehr über den Unterschätzungen stehen als es in Tabelle 7 der Fall ist. Kurz: war ein

[1]) M. J. Delboeuf, Bulletins de l'académie royale des sciences, des lettres et des beaux-arts de Belgique. 2. série. Bd. 19. 1865. S. 195 ff. — Siehe auch W. Wundt, Grundzüge der Physiologischen Psychologie. 6. Aufl. Bd. 2. 1910. S. 593.

eingestelltes Zehntel beim horizontalen Apparat mehr über- als unterschätzt, so sind beim vertikalen Apparat noch mehr Über- als Unterschätzungen bei diesem Zehntel vorhanden, war ein Zehntel dagegen mehr unter- als überschätzt, so kehrte sich beim vertikalen Apparat entweder das Verhältnis ganz um oder das besonders starke Überwiegen der Unterschätzungen erschien doch bedeutend vermindert. Daß die oberen Teile des Intervalles auch bei unserem vertikalen Apparate überschätzt wurden, haben wir also festgestellt und es scheint uns deshalb der Zusammenhang zwischen dieser Erscheinung mit der bekannten Augentäuschung beim Halbieren einer Vertikalen bewiesen zu sein [1]).

Es gelten also für die Zehntelmillimeter-Schätzungen an unserem Apparat sowohl in horizontaler als auch in vertikaler Lage dieselben Gesetze mit der Ausnahme, daß bei der vertikalen Raumlage durch den Einfluß einer Augentäuschung — im Gegensatz zu dem für die Versuche am horizontalen Apparat geltenden Verhältnis zwischen Über- und Unterschätzungen — die Überschätzungen an Zahl die Unterschätzungen übertreffen.

§ 11. VERGLEICH MEINER VERSUCHSERGEBNISSE MIT DEN SCHÄTZUNGEN SEHR KLEINER GRÖSSEN OHNE REGULIERTE EINSTELLUNG.

Nachdem wir die Ergebnisse der Zehntelmillimeter-Schätzungen an unserem Apparat kennen gelernt haben, wollen wir sie vergleichen mit den in § 2 bereits erwähnten Untersuchungen von Boquet, Lewitzky, Grossmann und Meißner, die sich auf Schätzungen ohne regulierte Einstellung beziehen, d. h. auf Schätzungen, bei denen der wirkliche Tatbestand nicht bekannt war, bei denen also nicht mit Absicht auf eine bestimmte Stelle eingestellt war.

Lewitzky bringt die Resultate von Abzählungen der Häufigkeit des Auftretens der einzelnen Zehntelsekunden bei je 1000 Durchgangsbeobachtungen von drei Astronomen, deren Häufigkeitszahlen

[1]) Bei R. Fischer (Archiv für Ophthalmologie. Bd. 37. 1891. S. 103) findet sich die Augentäuschung gerade nach der entgegengesetzten Richtung hin. Fischer ist, wie er selbst angibt, stark myopisch. Vielleicht ist an einen Zusammenhang zu denken mit der Erscheinung des Überwiegens der Unterschätzungen bei Versuchsperson II', die ebenfalls myopisch ist. Vgl. W. Wundt, Grundzüge der Physiologischen Psychologie. 6. Aufl. Bd. 2. 1910. S. 593 Anmerkung 2 und S. 596.

Boquet zusammengestellt hatte, und bei 1000 Durchgangsbeobachtungen, die von Lewitzky selbst ausgeführt wurden. Ich summiere diese vier Häufigkeitsreihen [1]) und teile sie in der nachstehenden Tabelle 17 mit, die — ebenso wie die folgenden Tabellen — nach der Häufigkeit der Zehntel geordnet ist.

Tabelle 17.

Zehntel	0	2	8	9	1	3	7	4	5	6
Häufigkeit	669	565	505	484	421	351	296	273	250	185

In den oben beschriebenen Versuchen am horizontalen Apparat wurde am häufigsten das Zehntel 8 geschätzt, dann in der Reihenfolge ihrer Häufigkeit die Zehntel 1, 2, 9, 0, 4, 3, 7, 6, 5. Am vertikalen Apparat wurde am häufigsten geschätzt das Zehntel 8, dann die Zehntel 2, 0, 9, 1, 4, 3, 6, 7, 5. Bei der Lewitzkyschen Tabelle tritt 0 vor 2 und 8, und 5 steht nicht an letzter, sondern an vorletzter Stelle, sonst ist die Übereinstimmung mit unseren Tabellen eine gute. Das Vorrücken der 0 ist verursacht durch die veränderten Versuchsbedingungen. Wenn man, wie Lewitzky es tut, annehmen darf, daß die 4000 Schätzungen sich auf Zeiten beziehen, in denen die einzelnen Zehntelsekunden gleich oft (400 mal) vorkamen, so wurde jedes Randzehntel häufiger geschätzt als es vorkam, und jedes Mittenzehntel mit einer geringeren Häufigkeit als die Zahl seines Vorkommens betrug. Die Häufigkeit aller Schätzungen von Randzehnteln beträgt 2644, das sind 66 % aller Schätzungen, die der Mittenzehntel 1355, das ist 34 % der Schätzungen. Unsere Werte waren 57 % für die Randzehntel und 43 % für die Mittenzehntel. Auch bei Schätzungen von kleinen Zeiten mittels der Auge-Ohr-Methode werden also die Randzehntel bevorzugt und die Mittenzehntel vernachlässigt; der Unterschied zwischen der Häufigkeit der Randzehntel und der der Mittenzehntel ist ein größerer als bei unseren Zehntelmillimeter-Schätzungen.

Auch Grossmann verwendete astronomische Beobachtungen, die nicht zum Zweck der Untersuchung des vorliegenden Problems angestellt waren. Es sind neun Reihen von (insgesamt 9000) Ablesungen

[1]) Die Summation ergibt nicht 4000 Schätzungen, sondern nur 3999, was offenbar auf einen Druckfehler bei Lewitzky zurückzuführen ist.

an Mikroskopmikrometern [1]) von Meridiankreisen, ferner eine Reihe von 1000 Niveauablesungen und eine Reihe von 1000 Ablesungen an Chronographenstreifen [2]). Wie groß jedesmal die zu schätzenden Raumgrößen waren, gibt Grossmann leider nicht an. Jede dieser elf Reihen ist auf 1000 reduziert, obwohl eine der Reihen z. B. das Mittel aus 5000 Beobachtungen ist. Die Summen der Häufigkeitszahlen der einzelnen Zehntel sind in Tabelle 18 gebildet.

Tabelle 18.

Zehntel	2	0	8	3	1	4	6	7	9	5
Häufigkeit	1516	1407	1157	1131	1025	1013	980	938	921	912

Gegenüber unserer Häufigkeitsreihe erscheinen einzelne Zehntel verschoben, so insbesondere das Zehntel 3, das eine 1100 übersteigende Häufigkeit hat und das Zehntel 9, das unter die vernachlässigten Zehntel gerät. Die 5 steht wie bei uns an letzter Stelle. Grossmann nimmt wie Lewitzky bei der Berechnung an, daß bei einer großen Zahl von Beobachtungen jedes Zehntel gleich oft vorkommt, was mir bei einer Versuchszahl, die an und für sich wohl sehr groß, für diese Annahme aber noch immer nicht groß genug ist, doch nicht ohne weiteres einleuchten will. Eines geht jedoch sicher aus Grossmanns Zahlen hervor, nämlich daß die Randzehntel den Mittenzehnteln gegenüber bevorzugt werden. Die Randzehntel sind 6026 mal oder in 55 % (bei uns 57 %) der Fälle geschätzt worden, die Mittenzehntel 4974 mal oder in 45 % (bei uns 43 %) aller Schätzungen. Eine weitere Tabelle Grossmanns wird später mitgeteilt und besprochen.

Meißner prüfte aus den Publications de l'Observatoire Central Nicolas Série II. Vol. X entnommene Zeitschätzungen bei Sterndurchgängen und Raumschätzungen bei Libellenablesungen und teilt die folgenden Häufigkeitswerte mit, die ich nach ihrer Größe ordne. Die erste der Tabellen beruht auf 37 005 Zehntelsekundenschätzungen von drei Beobachtern, deren Zahlen ich vereinigt bringe.

[1]) Über das Mikroskopmikrometer siehe L. Ambronn, Handbuch der Astronomischen Instrumentenkunde. Bd. 1. Berlin 1899. S. 130 ff.

[2]) Vgl. L. Ambronn, a. a. O. Bd. 2. S. 1050 ff.

Tabelle 19.

Zehntel	0	4	8	3	2	5	7	9	6	1
Häufigkeit	6064	4523	4326	4192	3940	3042	3037	2917	2623	2341

Die Übereinstimmung dieser Tabelle 19 mit unseren Tabellen ist eine wenig gute, nur das Überwiegen der Häufigkeit der Randzehntel gegenüber der der Mittenzehntel können wir auch hier konstatieren, und zwar haben die Randzehntel eine Häufigkeit von 19 588 Schätzungen, das ist von 53 % aller Schätzungen und die Mittenzehntel eine Häufigkeit von 17 417 oder von 47 % aller Schätzungen.

Die nächste Tabelle enthält die zusammengefaßten 8441 Raumschätzungen von zwei Beobachtern bei Libellenablesungen. Die Größe der zu schätzenden Streckenteile wird von Meißner nicht mitgeteilt.

Tabelle 20.

Zehntel	0	1	9	8	6	2	4	7	5	3
Häufigkeit	2194	1032	904	810	744	615	596	563	539	444

Hier ist die Ähnlichkeit mit unseren Resultaten eine viel größere als bei den Zeitschätzungen. Abgesehen von der Verschiebung der 6 nehmen die Randzehntel die erste Hälfte der Reihe ein und die 5 steht, wenn auch nicht an letzter, so doch an vorletzter Stelle. Ebenso ist die auf die Randzehntel treffende Häufigkeitszahl bedeutend größer als die auf die Mittenzehntel treffende; erstere ist 5555 oder 66 %, letztere 2886 oder 34 %.

Endlich teilen wir in Tabelle 21 aus dem Meißnerschen Material noch die Zahlen mit von 12 590 Schätzungen der Ordinaten der Mitte einer bis 0,5 mm breiten Kurve mit Hilfe eines Millimetermaßes.

Tabelle 21.

Zehntel	0	5	9	1	8	2	6	7	3	4
Häufigkeit	2534	1490	1367	1365	1262	1103	899	893	855	822

Die Randzehntel gruppieren sich zwar in der ersten Hälfte der Häufigkeitsreihe, aber auffallenderweise rückt Zehntel 5 bis an die zweite Stelle vor. Dies erklärt sich zum Teil wohl daraus, daß, da die Kurve, deren Ordinaten zu bestimmen waren, an verschiedenen Stellen verschieden dick war, die Schätzungsbedingungen andere waren wie bei unseren Versuchen. Leider fehlen auch hier nähere

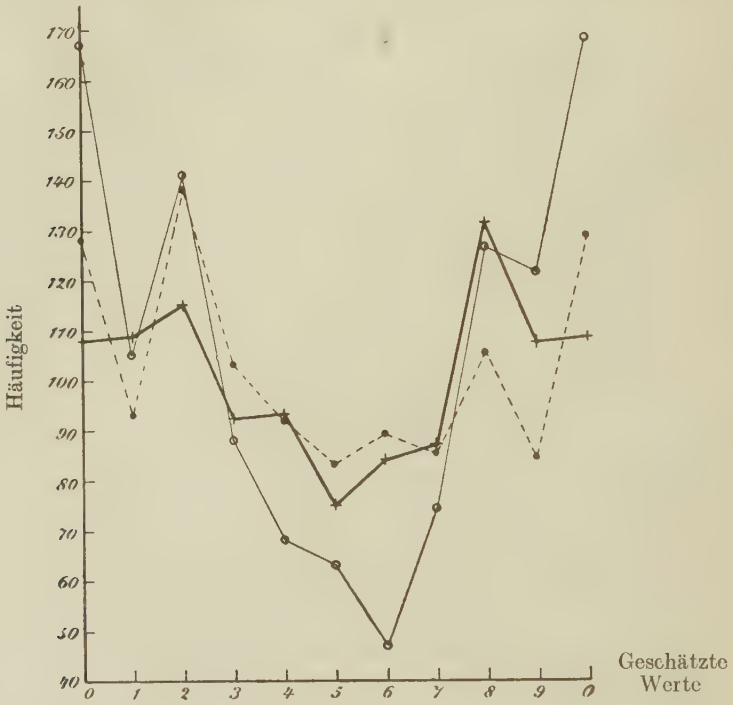

Fig. 4.

Dicke Kurve: 6000 Zehntelmillimeter-Schätzungen (Bauch).
Dünne Kurve: 4000 Zehntelsekunden-Schätzungen (Lewitzky).
Gestrichelte Kurve: 11 000 Raumgrössen-Schätzungen (Grossmann).
(Alle reduziert auf 1000 Schätzungen).

Angaben über die Bedingungen dieser Schätzungen, so daß wir das Vorrücken der 5 nicht eingehender untersuchen können. Trotz der großen Häufigkeit von 5 haben die Randzehntel die Häufigkeit 7631 oder 61 % und die Mittenzehntel die Häufigkeit 4959 oder 39 %, es haben also die Randzehntel eine weit größere Häufigkeit **als die Mittenzehntel.**

Um die Ähnlichkeit unserer experimentellen Ergebnisse mit den statistischen Ergebnissen der Astronomen auch augenfällig vorzuführen, habe ich in Fig. 4 die Kurve der 4000 Zehntelsekunden-Schätzungen von Lewitzky und die der 11 000 Raumgrößenschätzungen von Grossmann zusammen mit unserer Kurve der vereinigten 6000 Zehntelmillimeter-Schätzungen gezeichnet, alle drei Kurven für die auf 1000 reduzierten Werte. Die stark ausgezogene Kurve ist die unserige, die leichter ausgezogene die von Lewitzky und die gestrichelte die von Grossmann.

Unsere Kurve ist die am flachsten verlaufende. Am ausgeprägtesten in ihren Unterschieden ist die Zeitschätzungskurve von Lewitzky. Die geringe Häufigkeit der Mittenzehntel und die große Häufigkeit besonders der 0 springen sofort ins Auge. Daß übrigens bei den besprochenen Häufigkeitsreihen der Astronomen 0 an der Spitze steht, hat sicher seinen Grund in den dort etwas anders gearteten Bedingungen des Schätzens. Bei der Grossmannschen Kurve ist besonders bemerkenswert die große Höhe der Kurve bei 2 und die viel geringere bei 8 und das Zurückweichen von 9 und 1 unter die Mittellinie bei 100.

Der Vergleich mit den auf Schätzungen ohne regulierte Einstellung beruhenden Untersuchungen von Lewitzky, Grossmann und Meißner zeigt also, daß die Randzehntel sowohl bei Schätzungen von Zehntelsekunden, also bei Schätzungen kleiner Zeiten, als auch bei Schätzungen von kleinen Raumgrößen, die nicht immer gerade Zehntelmillimeter waren, an verschiedenen Apparaten mit weit größerer Häufigkeit auftreten als die Mittenzehntel. Trotzdem es sich also hier um ganz verschiedene Versuchsbedingungen handelt, die ihrerseits Tendenzen zu besonderen Beobachtungsfehlern wachrufen können, und trotzdem in den mitgeteilten Versuchen die regulierte Einstellung und damit die Möglichkeit der objektiven Kontrolle fehlt, bestätigen sie das Hauptresultat meiner Versuche: die Bevorzugung der Randzehntel und die Benachteiligung der Mittenzehntel bei Schätzungen sehr kleiner Größen.

§ 12. ZENTIMETER- UND MILLIMETERSCHÄTZUNGEN.

Wir haben gesehen, daß beim Schätzen sehr kleiner Raumstrecken, deren Größe unter derjenigen eines Millimeters liegt, eine Bevorzugung gewisser Zahlen und eine Benachteiligung anderer Zahlen, welche die Bruchteile des Millimeters bezeichnen, stattfindet. Analoge Erschei-

nungen treffen wir, wie wir im vorhergehenden Paragraphen gesehen haben, auch bei der Schätzung sehr kleiner Zeiten mittels der Auge-Ohrmethode an. Wir müssen aber nunmehr die Frage stellen, ob wir es hier mit einer allgemeinen Eigentümlichkeit aller Schätzungen zu tun haben oder ob diese Eigentümlichkeit auf die Schätzung sehr kleiner, innerhalb sehr enger Grenzen liegender Größen beschränkt ist. Zur Beantwortung dieser Frage habe ich Versuche ausgeführt, bei denen Strecken, die innerhalb sehr weiter Grenzen, der Grenzen eines Dezimeters liegen, in Zentimetern und Millimetern, also in Teilen und Unterteilen geschätzt werden sollten.

An dem in § 3 beschriebenen Apparat, der auf der Seite des Beobachters nur Dezimeterteilung hatte, auf der Seite des Experimentators aber Zentimeter- und Millimeterteilung, ließ ich die Entfernung des verschiebbaren Nullstriches von der Grenze des Dezimeters in Zentimetern und Millimetern schätzen. Die Versuche wurden alle innerhalb eines und desselben Dezimeters angestellt. Von 10 Beobachtern erhielt ich je 100, also zusammen 1000 Schätzungen. Die Anzahl der Schätzungen, die auf die einzelnen Endziffern (Millimeter) fiel, war wiederum verschieden groß, obwohl jede Endziffer (also jeder Millimeter) bei je 100 Versuchen zehnmal eingestellt wurde. Die Schätzungen der Zentimeter waren in der Regel richtig. Im ganzen kamen unter den 1000 Versuchen 14 Fehler von einem Zentimeter oder mehr als einem Zentimeter vor. Nur die Schätzungen der Bruchteile von Zentimetern, der Millimeter, sind deshalb wegen ihrer Fehlerhäufigkeit für uns von Interesse. Die Bearbeitung der Versuchszahlen ergab hier die folgende Tabelle 22 für die Häufigkeit der Endziffern 1 bis 0, geordnet nach der Größe dieser Häufigkeit.

Tabelle 22.

Millimeter	0	5	8	2	3	7	6	4	9	1
Häufigkeit	286	159	127	112	69	62	50	48	45	42

Am häufigsten wurde, wie die Tabelle zeigt, der Millimeter 0, am seltensten wurden die Millimeter 9 und 1 geschätzt. Nach 0 wurde 5 am häufigsten, nach 9 und 1 wurden die Millimeter 6 und 4 am seltensten geschätzt. Dann folgen noch 8 und 2 als bevorzugte und 3 und 7 als vernachlässigte Millimeter. Das heißt also: Die Endpunkte des Zentimeterintervalls (0) und der Mittelpunkt desselben (5) vereinigen

auf sich die zahlreichsten Schätzungen, die den Endpunkten unmittelbar anliegenden Millimeter (1 und 9) und die dem Mittelpunkt unmittelbar anliegenden (4 und 6) die wenigst zahlreichen Schätzungen. Neben 0 und 5 sind die Millimeterzahlen 8 und 2 bevorzugt. Die ihnen zunächst liegenden Millimeterzahlen 7, 3 und wie wir eben hörten auch 9 und 1 sind in ihrem Häufigkeitswert benachteiligt. Unter den 1000 Zentimeter- und Millimeterschätzungen waren 821 falsche Schätzungen, das sind 82 %, während wir bei den Schätzungen der Zehntelmillimeter nur 29 % Fehlschätzungen hatten. Von den Falschschätzungen waren 419 Unterschätzungen (51 % der Falschschätzungen) und 402 Überschätzungen (49 %). Die Unterschätzungen überwogen also nur um ein geringes. Mehr unterschätzt als überschätzt wurden die Millimeter 1, 2, 3, 4 und 5, mehr über- als unterschätzt die Millimeter 6, 7, 8 und 9. Bei 0 hielten sich Über- und Unterschätzungen das Gleichgewicht. Inwieweit die Stellung eines Millimeters in der Häufigkeitsreihe abhängt von den Falschschätzungen zugunsten des betreffenden Millimeters und den Falschschätzungen zu seinen Ungunsten, das soll aus der folgenden Tabelle klar werden. Die Tabelle 23 ist in der bekannten Weise (siehe Tabelle 8, S. 189 und Tabelle 15, S. 197) angelegt, sie läßt in der zweiten Zeile die Falschschätzungen zu Gunsten der einzelnen Millimeter erkennen, in der dritten Zeile die Falschschätzungen zu Ungunsten der Millimeter, in der vierten Zeile sind die Differenzen (*D*) zwischen den Werten der zweiten und den Werten der dritten Zeile gebildet.

Tabelle 23.

Millimeter	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Falschschätzungen zu Gunsten des Millimeters	28	93	59	37	133	42	55	101	34	239
Falschschätzungen zu Ungunsten des Millimeters	86	81	90	89	74	92	93	74	89	53
Differenz (*D*)	−58	+12	−31	−52	+59	−50	−38	+27	−55	+186

Am meisten falsch geschätzt wurden die eingestellten Millimeter 7, 6, 3, 4, 9 und 1, am seltensten die Millimeter 0, 5, 8 und 2. Bei 9 und 1 treten also weniger Falschschätzungen auf als bei 3 und 7,

obwohl 3 und 7 in der Häufigkeitsreihe vor 9 und 1 stehen. Das Zurücktreten von 9 und 1 an den Schluß der Häufigkeitsreihe hat seinen Grund nicht darin, daß 9 und 1 am wenigsten häufig richtig geschätzt werden, sondern darin, daß zu Gunsten von 9 und 1 die wenigsten Falschschätzungen anderer Millimeter ausfallen, wie die zweite Zeile unserer Tabelle lehrt. Die große Häufigkeit von 0 resultiert einmal aus der Tatsache, daß 0 von allen Millimetern die größte Zahl von Falschschätzungen anderer Millimeter auf sich vereinigt (239) und dann daraus, daß 0 am wenigsten falsch geschätzt wird (53 mal). Die Differenz (D) der beiden Zahlen + 186 ergibt zu 100, der Zahl des tatsächlichen Vorkommens, addiert die Häufigkeitszahl 286 von Millimeter 0.

Vergleichen wir die Ergebnisse der Zentimeter- und Millimeterschätzungen mit denen der Zehntelmillimeter-Schätzungen, so tritt vor allem der beträchtliche Unterschied in der Häufigkeit der Schätzungen von 5, 1 und 9 hervor. Die Zahl 5 hatte bei den Zehntelmillimeter-Schätzungen die geringste Häufigkeit, bei den Zentimeter- und Millimeterschätzungen kommt sie gleich nach 0 als häufigste vor. Die Zahlen 1 und 9 gehörten bei den Zehntelmillimeter-Schätzungen zu den sehr häufig geschätzten Randzehnteln. Bei den hier besprochenen Schätzungen stehen die Zahlen 1 und 9 am Ende der Häufigkeitsreihe; sie sind die am seltensten geschätzten Zahlen. Außerdem hat auch bei den Schätzungen der Zentimeter und Millimeter die Zahl 0 an Häufigkeit zugenommen, sie ist an die erste Stelle der Häufigkeitsreihe gerückt. Die Zahlen 8 und 2 hingegen haben auch in diesen Versuchen die bevorzugte Stellung bewahrt, die sie schon bei den Zehntelmillimeter-Schätzungen hatten.

Die Schätzungen von Zentimetern und Millimetern unterscheiden sich also von den Zehntelmillimeter-Schätzungen vor allem dadurch, daß die Zahlen 5 und 0 bei ihnen weit häufiger vorkommen, und die der 0 benachbarten Zahlen 1 und 9 weit seltener. Die Bevorzugung einzelner Zahlen geschieht hier also offenbar auf Kosten der den betreffenden Zahlen unmittelbar anliegenden Zahlen. Einer bevorzugten Zahl geht in der Zahlenreihe eine benachteiligte voraus und eine ebensolche folgt ihr nach.

Die Schätzung der Bruchteile von Dezimetern in Zentimetern und Millimetern ist nicht bloß schwieriger wie die Schätzung von Teilen eines Millimeters (was aus der größeren Fehlerzahl hervorgeht), sie ist auch viel häufiger und deutlicher von der Bewußtseinslage der Unsicherheit begleitet. Auf diese subjektive Unsicherheit ist es wohl

zurückzuführen, daß einer meiner Beobachter der Ansicht Ausdruck gab, es handle sich in diesen Versuchen nicht mehr um ein Schätzen, sondern um ein Raten. Wie aus dem nächsten Paragraphen hervorgehen wird, sind denn auch die Resultate dieser Versuche denjenigen sehr ähnlich, die andere Autoren bei der Untersuchung des Ratens gefunden haben.

§ 13. VERGLEICH DER RESULTATE DER ZENTIMETER- UND MILLIMETERSCHÄTZUNGEN MIT DEN RESULTATEN ANDERER VERSUCHE UND FESTSTELLUNGEN.

Wir vergleichen nunmehr unsere bisherigen Resultate mit den Resultaten anderer Versuche und Feststellungen über die in der psychologischen, naturwissenschaftlichen und sozialstatistischen Literatur berichtet wird. Und zwar vergleichen wir sie zunächst mit den Ergebnissen anderer Schätzungsversuche, bei denen größere Zeitstrecken geschätzt werden sollten, sodann mit den Feststellungen der Statistik über Altersangaben der Bevölkerung, die zum Teil auf Schätzungen beruhen, dann mit den Ergebnissen von Helligkeitsschätzungen bei Sternen und dann mit Untersuchungen, bei denen größere Mengen von kleinen Objekten möglichst richtig „erraten" werden sollten. Schließlich vergleichen wir noch unsere Resultate mit denen aus Versuchen, bei welchen von mehreren Beobachtern eine zwischen zwei Grenzen liegende Zahl gewählt wurde. Bei der Lösung dieser Aufgaben werden wir auch wiederholt Gelegenheit haben, die zum Vergleich herangezogenen Ergebnisse untereinander zu vergleichen.

Bei der Untersuchung von Zeitschätzungen von verschiedener Länge (18, 36, 72 und 108 Sekunden) und verschiedener Ausfüllung (Muße, Lesen, Schreiben, Schätzen) konnte Urban[1]) feststellen, daß gewisse Endziffern der geschätzten Zahlen viel häufiger vorkommen als andere. Der zahlenmäßige Beleg findet sich in der Tabelle 24[2]).

Tabelle 24.

Ziffer	0	5	8	2	7	3	6	4	9	1
Häufigkeit	1177	660	281	217	170	155	153	144	127	121

[1]) F. M. Urban, American Journal of Psychology. Bd. 18. 1907. S. 187 ff. — R. M. Yerkes and F. M. Urban, Harvard Psychological Studies. Bd. 2. 1906. S. 405 ff.

[2]) Aus F. M. Urban, American Journal of Psychology. Bd. 18. 1907. S. 189.

Es werden also, wie die Tabelle zeigt, die auf 0 endigenden Schätzungen weitaus am meisten bevorzugt, daneben werden noch die auf die andere „runde Zahl" 5 und die auf 8 und 2 endigenden Schätzungen viel gewählt. Zu kurz kommen die den bevorzugten Zahlen zunächststehenden Zahlen, also 1 und 9, 4 und 6, 3 und 7.

Die Häufigkeitsreihe unserer Zentimeter- und Millimeterschätzungen war: 0, 5, 8, 2, 3, 7, 6, 4, 9, 1. Die Anordnung unserer Reihe und der Reihe Urbans ist demnach fast genau dieselbe, obwohl die Schätzungsbedingungen ganz verschiedene waren. Diese Tatsache spricht für eine Gleichartigkeit des psychischen Tatbestandes bei den Schätzungen größerer Zeitstrecken, welche Urban untersucht hat, und den Schätzungen größerer Raumstrecken, über die ich hier berichtet habe. Hingegen werden wir aus den Ergebnissen der Schätzungen sehr kleiner Raum- und Zeitstrecken (vgl. S. 179 ff., 191 ff., 200 ff.) schließen dürfen, daß dort entsprechend der veränderten Verteilung von Bevorzugung und Vernachlässigung der einzelnen Zahlen ein anderer psychischer Tatbestand beim Schätzen gegeben ist.

Auf die Bevorzugung gewisser Zahlen in der Bevölkerungsstatistik hat auf S. 88 f. des vorliegenden Bandes der „Fortschritte" J. Dauber hingewiesen. Er berichtet über die Ergebnisse einer Arbeit von Williams [1]), der Tabellen von Altersangaben bei der 10. amerikanischen Volkszählung von 1880 in bezug auf die Häufigkeit einzelner Zahlen untersuchte. Es kommen darin neben unrichtigen Angaben viele Schätzungen des Alters vor, da viele Leute ihr eigenes Alter nicht wissen und da ein Teil der Altersangaben von Verwandten, Bekannten oder Hausmitbewohnern stammt. Insbesondere ist dies der Fall bei einer Altersliste von Alabama wegen des großen Prozentsatzes von ungebildeten Negern unter der Bevölkerung. Ich greife beispielsweise aus den Resultaten von Williams die Altersangaben für die Staaten Alabama und Michigan und für die ganzen Vereinigten Staaten heraus, die zwischen den Jahren 30 und 39 (einschließlich) liegen und ordne sie nach der Häufigkeit der Endziffern in Tabelle 25. Die Tabelle besagt also z. B., daß in den ganzen Vereinigten Staaten 871 065 Leute ihr Lebensalter zu 35 Jahren angegeben haben.

[1]) A. Williams, Scientific American Supplement. Bd. 27. 1889. S. 11008 f.

Tabelle 25.
Alabama.

Endziffer	0	5	2	8	3	6	4	7	1	9
Häufigkeit	30 997	22 373	12 409	11 352	10 649	10 514	10 009	8 720	8 445	7 323

Michigan.

Endziffer	0	5	2	3	6	8	4	7	1	9
Häufigkeit	32 567	26 326	24 472	21 946	21 864	21 303	21 072	19 213	18 929	17 761

Vereinigte Staaten.

Endziffer	0	5	2	8	6
Häufigkeit	1 094 324	871 065	654 874	594 500	581 615

Endziffer	3	4	7	1	9
Häufigkeit	580 952	546 263	495 187	492 530	458 052

Am häufigsten treten, wie die Tabelle lehrt, Altersangaben mit der Endziffer 0 auf, dann Altersangaben mit der Endziffer 5. Nächst 0 und 5 sind 2 und 8 stark bevorzugt. Am seltensten kommen Altersangaben mit den Endziffern 9 und 1 vor. Trotzdem es sich hier um Schätzungen von großen Zeiträumen, von Jahren handelt, finden wir doch eine gute Übereinstimmung der Häufigkeitsreihen mit der Reihe von Urban und mit unserer Reihe der Zentimeter- und Millimeterschätzungen.

Eine noch größere Übereinstimmung mit den Resultaten der Zentimeter- und Millimeterschätzungen weist die Häufigkeitsreihe von Altersangaben auf altrömischen Grabdenkmälern auf, wie Dauber im Anschluß an Beloch mitteilt [1]). Die einzelnen Häufigkeitswerte bringt Tabelle 26.

[1]) Fortschritte der Psychologie. Bd. 1. 1913. S. 86f.

Tabelle 26.

Endziffer	0	5	8	2	3	7	6	4	9	1
Häufigkeit	385	308	170	150	150	149	131	130	118	118

Die Reihenfolge der nach der Häufigkeit geordneten Endziffern ist hier genau dieselbe wie die bei unseren Versuchen gefundene, nämlich 0, 5, 8, 2, 3, 7, 6, 4, 9, 1.

Sehr interessant ist auch noch ein Vergleich mit den Ergebnissen von Helligkeitsschätzungen der Sterne, deren Werte sich bei Grossmann [1]) finden. Es sind Helligkeitsschätzungen, die bei Positionsbestimmungen nebenbei ausgeführt wurden und die sich auf die Zehntel der einzelnen Größenklassen bis zur Größe 9,0 beziehen. Grossmann berechnet unter Anwendung des Seeligerschen typischen Bildes von der Verteilung der Fixsterne, wieviele Sterne bei 1000 Beobachtungen auf jede Zehntel-Größenklasse treffen müssen und findet für die einzelnen Zehntel folgende in Tabelle 27 enthaltenen Werte.

Tabelle 27.

Zehntel	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Häufigkeit	165	55	62	70	79	89	100	112	126	142

Die gefundenen Häufigkeitswerte bei den Schätzungen weichen jedoch von diesen errechneten Werten ab. Die Tabelle 28 enthält die auf 1000 Beobachtungen reduzierten Abweichungen (von den Häufigkeitswerten in Tabelle 27), welche mit den Vorzeichen + oder — versehen sind, je nachdem das betreffende Zehntel öfter vorkommt als es vorkommen sollte oder weniger oft. Die Zehntel folgen einander nach der Größe ihrer Häufigkeitswerte.

Tabelle 28.

Zehntel	0	5	8	2	7	3	9	1	6	4
Abweichung	+ 139	+ 36	+ 13	— 3	— 19	— 23	— 31	— 35	— 37	— 40

[1]) E. Grossmann, a. a. O. S. 159 f.

Mit Ausnahme der Verschiebung der Zehntel 6, 4 und 9, 1 haben wir hier dieselbe Häufigkeitsreihe der Zehntel wie bei unseren Zentimeter- und Millimeterschätzungen, wie bei den Sekundenschätzungen Urbans und wie bei den Altersschätzungen. Diese Arten von Schätzungen gehören offenbar alle zu einer großen Gruppe des groben Schätzens oder Erratens, die objektiv charakterisiert ist durch ihre Häufigkeitsreihe.

Ebenfalls zur Gruppe des groben Schätzens muß das Erratenlassen größerer Mengen von kleinen Objekten gezählt werden. Dresslar[1]) und Sanford[2]) haben statistische Untersuchungen über die Häufigkeit der Ziffern an der Zehner- und Einerstelle bei solchen Schätzungen angestellt. Ein Kleidergeschäft in Los Angeles in Kalifornien schrieb einen Preis von 100 Dollars für diejenigen aus, welche die Zahl der Samenkörner errieten, die ein in ihrem Schaufenster ausgestellter Kürbis enthielt. Bei der Betrachtung der eingelaufenen Schätzungen stellte sich eine Vorliebe für gewisse Ziffern an der Zehner- und Einerstelle heraus, obwohl nach den Gesetzen der Wahrscheinlichkeit jede Ziffer gleich oft vorkommen sollte. Bei 6863 Schätzungen war die Wahl der Ziffern an der Einerstelle die in der folgenden Tabelle 29 angezeigte.

Tabelle 29.

Ziffer	0	7	5	3	9	1	6	8	2	4
Häufigkeit	1230	1070	881	862	800	577	443	374	331	295

Wiederum tritt 0 mit weitaus größter Häufigkeit als Endziffer auf, nach ihr ist 7, dann 5, 3 und 9 bevorzugt; diese Ziffern haben alle eine 686 übersteigende Häufigkeit, also eine Häufigkeit, die größer ist als die, mit der jede Ziffer vorkommen sollte. Hierauf folgt noch die Ziffer 1 als letzte der ungeraden Ziffern und schließlich beenden die Häufigkeitsreihe die geraden Ziffern 6, 8, 2 und 4. Eine etwas sonderbare Anordnung der Ziffern, die auf den ersten Blick gar nicht gesetzmäßig zu sein scheint. Doch sehen wir weiter!

Sanfords Material stammte von einem Preisauschreiben eines Geschäftes in Worcester. Eine wertvolle photographische Kamera war für den bestimmt, der die Zahl von kleinen weißen Bohnen erriet,

[1]) F. B. Dresslar, Popular Science Monthly. Bd. 54. 1898/99. S. 781 ff.
[2]) E. C. Sanford, American Journal of Psychology. Bd. 14. 1903. S. 383 ff.

die eine „Fünf-Pinten"-Flasche[1]) bis zum Kork hinauf anfüllten. Die Zahl der Bohnen war 8834. Die Untersuchung der Schätzungsangaben lieferte folgende Tabelle für die Häufigkeit des Vorkommens der einzelnen Ziffern an der Einerstelle der geschätzten Zahlen.

Tabelle 30.

Ziffer	0	3	1	7	9	5	6	2	8	4
Häufigkeit	231	132	107	105	85	79	75	67	59	58

Am beliebtesten als Endziffer ist wiederum 0, dann werden — wie bei Dresslar — am meisten die ungeraden Zahlen 3, 1, 7, 9, 5 gewählt, und als unbeliebte Endziffern schließen die geraden Zahlen 6, 2, 8 und 4 die Reihe. Die Ziffer 4 ist genau wie bei der Dresslarschen Tabelle die unbeliebteste. Wir haben also in den Reihen von Dresslar und von Sanford das gemeinsame Ergebnis vor uns, daß als Endziffer 0 am beliebtesten und 4 am unbeliebtesten ist, ferner, daß die ungeraden Zahlen den geraden vorgezogen werden. Woher nun diese von unserer Häufigkeitsreihe für das Erraten so merkwürdig abweichende Zahlenfolge? Haben wir es etwa hier mit einer ganz anderen Art des Erratens von Zahlen zu tun? Ich glaube das nicht, ich glaube vielmehr, daß hier nur eine unter etwas anderen psychologischen Bedingungen zustande gekommene Häufigkeitsreihe vorliegt, die der Häufigkeitsreihe für das Erraten unterzuordnen ist. Denn betrachten wir z. B. einmal die Häufigkeitsreihe der Ziffern an der Zehnerstelle wie sie Sanford mitteilt (Tabelle 31).

Tabelle 31.

Ziffer	0	5	7	8	6	2	9	4	3	1
Häufigkeit	185	112	105	97	95	88	88	82	77	69

Es sind hier Verschiebungen in der Reihenfolge der Ziffern nach ihren Häufigkeitswerten gegenüber der Einerreihe aufgetreten. So ist die 5 an die zweite Stelle vorgerückt, ebenso sind 8 und 2 vorgerückt, während 9, 3 und 1 nach rückwärts gerückt sind. Von den vorhin bevorzugten ungeraden Ziffern hat sich nur die

[1]) 1 Pinte = 0,57 Liter.

7 unter den bevorzugten Ziffern gehalten, allerdings steht sie nicht mehr an zweiter, sondern an dritter Stelle. Zwischen dieser Häufigkeitsreihe der Ziffern an der Zehnerstelle und der Häufigkeitsreihe 0, 5, 8, 2, 3, 7, 6, 4, 9, 1, die wir in unseren Zentimeter- und Millimeterversuchen gefunden haben, läßt sich ein Zusammenhang nicht leugnen, es besteht sehr große Ähnlichkeit: die 0 und die 5 stehen hier wie dort an erster bzw. zweiter Stelle, die 8 steht, wenn auch nicht an dritter, so doch an vierter Stelle, die 1 nimmt bei beiden Reihen die letzte Stelle ein und auch die 9 und die 4 finden sich beidemale am Ende der Reihen.

Warum aber sind die Reihen von Dresslar und Sanford für die Einerstelle so verschieden von der Reihe Sanfords für die Zehnerstelle bzw. von unserer Reihe? Dies ist offenbar veranlasst durch die speziellen Bedingungen dieser Schätzungen. Berücksichtigen wir, daß die Schätzungen angestellt wurden mit dem Wunsche den ausgesetzten Preis zu gewinnen. Da sich unter den Schätzenden wohl überwiegend weniger gebildete Leute befanden, so ist es wohl möglich, daß von diesen „glückverheißende" mystische Zahlen[1]) gewählt wurden, die an der Einerstelle ihrer Schätzungsangaben zutage traten, weil die Einerstelle als die Stelle der größten Präzision dazu am geeignetsten erscheinen mag. Und bei den beiden Reihen in den Tabellen 29 und 30 zeigt sich in der Tat mit größter Deutlichkeit der Einfluß der sogenannten mystischen Zahlen auf die Endstellen der Schätzungsangaben. Nach der „runden" Zahl 0 tritt die „heilige" Zahl 7, dann die „Glückszahl" 3, ferner die ebenfalls glückbringende Zahl 9 (= 3 × 3), die sonst auch häufig mit der 7 konkurriert, und schließlich die Zahl 1 und die „runde" Zahl 5 auf. Die Zahl 1 gehört hier wohl nicht als eigentliche Glückszahl zu den bevorzugten

[1]) Bei A. Wuttke, Der Volksaberglaube der Gegenwart. 3. Bearbeitung. Berlin 1900. S. 90 finden wir als „heilige" Zahlen verzeichnet die Drei als „die erste sich zusammenschließende Vielheit", die Neun als „die gesteigerte Drei", die Sieben als die „doppelte durch eine Eins zusammengeschlossene Drei". — Aus M. Höfler, Deutsches Krankheitsnamen-Buch. München 1899. S. 444: „Die 9 lebte neben der ebenso wirkungsvollen 7 ..... bis auf die heutigen Tage des Volksglaubens fort, sie ist aber in der Natur schwächer als der Siebener". Über die Sieben siehe ebenda. S. 646 f. — Über den Kult der heiligen Zahlen 9 und 7 bei den alten Mexikanern und bei verschiedenen Indianerstämmen vgl. W. H. Roscher, Abhandlungen der philol.-hist. Klasse der kgl. sächs. Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig. Bd. 21. Heft 4. 1903. S. 71 (Anmerkung 204) und S. 79 ff. — Über die Vier und Acht als Unglückszahlen vgl. W. H. Roscher, Berichte der philol.-hist. Klasse der kgl. sächs. Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig. Bd. 61. 1909. S. 94.

Zahlen, sondern vielmehr wegen ihres Charakters, der eine Schätzungsangabe, bei der sie als Endziffer auftritt, den Schätzenden als besonders genau erscheinen läßt. Die 4 steht als „Unglückszahl" immer am Ende der Reihen und die übrigen geraden Zahlen gehören auch zu den ungern gewählten Endziffern. Es sei hier daran erinnert, daß schon den alten Griechen die ungeraden Zahlen den geraden gegenüber als glückbringend galten, und daß hierauf die pythagoreische Lehre zurückzuführen ist, nach der die gerade Zahl das Prinzip des Unbegrenzten und Bösen, die ungerade das des Begrenzten und Guten vorstellt [1]).

Zur Sicherstellung der hier gegebenen vorläufigen Erklärung für die durch mystische Zahlen beeinflußte Modifikation der groben Schätzungsreihe sind wohl weitere experimentelle Untersuchungen notwendig, die auch Variationen der Versuchsbedingungen erlauben.

Unsere nächste Aufgabe ist es die Resultate unserer Versuche mit denjenigen zu vergleichen, in denen eine Zahl von mehreren Personen innerhalb gegebener Grenzen beliebig gewählt werden sollte. Marbe [2]) stellte solche Versuche an. Er ließ so rasch wie möglich eine beliebige Zahl von 1 bis 10, dann von 11 bis 20, von 21 bis 30, von 31 bis 40 und von 41 bis 50 aufschreiben. Es zeigte sich, daß die Endziffern nicht gleich häufig vorkamen. Am meisten wurden Zahlen mit der Endziffer 5 notiert, dann mit den Endziffern 6 und 4, dann mit den Endziffern 7 und 3 usw. Die allgemeine Gesetzmäßigkeit, die hier zutage trat, formulierte Marbe so: „Je mehr die letzte Ziffer von 5 an wächst bzw. abnimmt, desto seltener wurden die betreffenden Zahlen aufgeschrieben". Marbes Häufigkeitskurve hat demnach einen gerade entgegengesetzten Verlauf als die Häufigkeitskurve unserer Zehntelmillimeter-Schätzungen. Bei Marbe haben die mittleren Ziffern (5, 4, 6, 3, 7) eine größere Häufigkeit als die Randziffern (8, 2, 9, 1, 0), in meinen Versuchen umgekehrt die mittleren Ziffern eine geringere Häufigkeit als die Randziffern. Mit der Häufigkeitsreihe des Zentimeter- und Millimeterschätzens hat die Reihe Marbes gemeinsam, daß die 5 bevorzugt und die 9 und 1 vernachlässigt sind, der größte Unterschied der beiden Reihen zeigt sich bei der Stellung der 0, die in der einen am Anfang, in der anderen am Ende sich befindet. Die Reihenfolge der übrigen Ziffern ist in den beiden Reihen eine gerade entgegengesetzte.

---

[1]) E. Zeller, Die Philosophie der Griechen. Erster Teil. 1. Hälfte. 5. Aufl. Leipzig 1892. S. 349 ff.

[2]) K. Marbe, Zeitschrift für Psychologie. Bd. 56. 1910. S. 253 ff.

In der größeren Häufigkeit der mittleren Ziffern stimmen mit den Ergebnissen Marbes die Resultate der Untersuchungen von Minot[1]) überein. Bei Experimenten über Gedankenübertragung notierte sich der Versuchsleiter eine Ziffer, welche der Versuchsperson lediglich durch Gedankenübertragung mitgeteilt und von ihr niedergeschrieben werden sollte. Dabei kamen nur die einzifferigen Zahlen 0 bis 9 in Frage. Das Resultat war im Hinblick auf die Gedankenübertragung ein negatives; dagegen bemerkte Minot, daß die einzelnen Ziffern nicht gleich häufig von den Versuchspersonen gewählt wurden. Die Reihenfolge der gewählten Ziffern nach der Häufigkeit war 3, 5, 4, 6, 2, 7, 8, 9, 1, 0. Auch hier, wo es sich ebenfalls um ein willkürliches Wählen von Zahlen innerhalb bestimmter Grenzen (0 bis 9) handelte, waren also die mittleren Ziffern (5, 4, 6, 3, 7) bevorzugt und die äußeren Ziffern (8, 2, 9, 1, 0) vernachlässigt.

Der Tatbestand beim willkürlichen Wählen ist also, wie diese Ergebnisse lehren, ein ganz anderer als der beim Schätzen von Bruchteilen eines Millimeters und weniger verschieden von dem Tatbestand beim Schätzen von Zentimetern und Millimetern. Der Unterschied gegenüber dem letzteren ist zum Teil durch die Instruktion bedingt. Wenn verlangt wird Zahlen innerhalb gegebener Grenzen zu wählen, dann werden, wie Marbes Versuche ergaben, die in der Mitte zwischen diesen Grenzen liegenden und die der Mitte sich nähernden Zahlen stark bevorzugt, die an den Grenzen gelegenen Zahlen 0, 9, 1 hingegen vernachlässigt.

Wenn wir die in dieser Arbeit mitgeteilten Häufigkeitsreihen und die in ihnen hervorgetretenen Bevorzugungen und Benachteiligungen einzelner Zahlen überblicken, so können wir drei verschiedene Arten von Bevorzugung und Benachteiligung statuieren, entsprechend den Bedingungen, unter welchen die Schätzungen vorgenommen wurden, nämlich:

1. Eine Bevorzugung der Randzahlen und Benachteiligung der Mittenzahlen eines Intervalls bei Schätzungen sehr kleiner Raum- und Zeitgrößen.

2. Eine Bevorzugung der Endzahl 0 und der mittelsten Zahl 5, ferner eine Bevorzugung von 8 und 2 und eine Benachteiligung der um die Zahl 0 unmittelbar herumliegenden Zahlen 1 und 9 und der der Zahl 5 unmittelbar anliegenden 4 und 6 beim groben Schätzen

[1]) Ch. S. Minot, Proceedings of the American Society for Psychical Research. Bd. 1. 1885—1889. S. 86 ff.

großer Intervalle, in den durch grobe Schätzungen getrübten Altersstatistiken und beim Erraten größerer Mengen.

3. Die der ersten entgegengesetzte Häufigkeitsverteilung: die Bevorzugung der Mittenzahlen und die Vernachlässigung der Randzahlen beim willkürlichen Wählen von Zahlen in einem gegebenen Intervall.

Man darf wohl demnach die ersten zwei Arten der Häufigkeitsverteilung der Zahlen unterscheiden, indem man die erste Verteilung als die des eigentlichen Schätzens und die zweite als die des groben Schätzens oder Erratens bezeichnet. Die dritte Verteilung wird dann zweckmäßig als die Verteilung des willkürlichen Wählens von Zahlen bezeichnet werden.

§ 14. ZUR THEORIE DER ZAHLENBEVORZUGUNG BEIM SCHÄTZEN.

Von den drei verschiedenen Arten der Zahlenbevorzugung lassen sich die beiden ersten, über die ich selbst Versuche angestellt und im Vorausgegangenen mitgeteilt habe, wie ich glaube durch die folgende hypothetische Überlegung erklären. Die dritte Art der Zahlenbevorzugung, die beim beliebigen Wählen von Zahlen auftritt, scheint mir hingegen ein Phänomen ganz anderer Art zu sein, über das ich mich hier, da ich nichts Tatsächliches zu der Frage beisteuere, nicht zu äußern habe.

Beim Schätzen von Zehntelmillimetern sind dem Auge zwei Begrenzungslinien (Millimeterstriche) und eine leere Fläche zwischen denselben gegeben. In dieser leeren Fläche taucht dann in meiner Versuchsanordnung eine dritte Linie auf, deren Entfernung von den Begrenzungslinien geschätzt werden soll. Die Begrenzungslinien (Millimeterstriche) bilden so gleichsam den Angelpunkt des ganzen Schätzungsaktes. Auf sie wird die Entfernung des zu schätzenden Abstandes bezogen, sie sind das unveränderlich Gegebene, dem die zu schätzende Raumgröße irgendwie zugeordnet werden soll. Wegen dieser ihrer bevorzugten Stellung für die Aufgabe, die der Beobachter zu lösen hat, dürften sie nun in größerem Ausmaße als jeder andere Punkt des Zwischenraums zwischen ihnen die Aufmerksamkeit auf sich ziehen. Sie haben in dem zu schätzenden Intervall den größten Aufmerksamkeitswert. Nun wird dieser größere Aufmerksamkeitswert nicht bei beiden Begrenzungslinien in jedem Schätzungsakt der gleiche sein.

Wenn ich etwa eine Strecke von 0,3 mm zu schätzen habe, dann wird der nächstgelegenen Grenzlinie, also der 0-Linie, wenn es sich um den Bereich von 0 bis 1 mm handelt, die größere Bedeutung für den Schätzungsakt zukommen als der entfernter liegenden Begrenzungslinie 1. Denn wir schätzen nun einmal, wie die Erfahrung des täglichen Lebens lehrt, von der näheren Begrenzungslinie aus; das Schätzen der kleineren Distanz fällt uns leichter als das der größeren. Infolgedessen wird der nähergelegenen Begrenzungslinie der größere Aufmerksamkeitswert zukommen als der entfernter gelegenen. Die größere Aufmerksamkeitsbetonung der Begrenzungslinien, insbesondere der näher gelegenen, bringt es nun wie ich glaube mit sich, daß der zu schätzende Punkt der Begrenzungslinie stärker angenähert erscheint als dies in Wirklichkeit der Fall ist. Das Zehntel 3 wird deshalb als Zehntel 2 geschätzt werden können, 4 als 3, 6 als 7, 7 als 8 usf. Durch die Verschiebung nach den Rändern werden aber die Randzehntel an Häufigkeit gewinnen, die Mittenzehntel verlieren. Die Bevorzugung der Randzehntel und die Vernachlässigung der Mittenzehntel wäre demnach eine Wirkung der Aufmerksamkeitsbetonung beim Schätzungsakt.

Lokalisationsänderungen, hervorgerufen durch die Einstellung der Aufmerksamkeit, die uns hier die Zahlenbevorzugung beim Schätzen erklären sollen, wurden wiederholt beobachtet und experimentell untersucht, freilich bei zeitlicher Lokalisation. Daß von zwei sukzessiv aufeinanderfolgenden Reizen der objektiv frühere später wahrgenommen wird, wenn die Aufmerksamkeit auf den anderen eingestellt ist, wurde von mehreren Forschern festgestellt [1]). Man hat auch die objektive zeitliche Distanz gemessen, bei der diese „Zeitverschiebung" noch beobachtet werden kann [2]). Wir wissen ferner, daß bei geeigneter Aufmerksamkeitseinstellung zwei rasch aufeinanderfolgende Schallreize sukzessiv wahrgenommen, also richtig in der Zeit lokalisiert werden, während beim Fehlen dieser Aufmerksamkeitseinstellung die beiden Reize viel häufiger gleichzeitig erscheinen [3]).

Eine räumlich-zeitliche Lokalisationstäuschung, die mit der hier besprochenen manches gemein hat, wenn sie auch anders erklärt wird, findet sich bei den sogenannten Komplikationsversuchen [4]). Es handelt

[1]) Vgl. C. Minnemann, Archiv für die gesamte Psychologie. Bd. 20. 1911. S. 227 ff.

[2]) W. Peters, Zeitschrift für Psychologie. Bd. 39. 1905. S. 401 ff.

[3]) H. Schüssler, Zeitschrift für Psychologie. Bd. 54. 1909. S. 139 ff.

[4]) M. Geiger, Philosophische Studien. Bd. 18. 1903. S. 386 f.

sich bei diesen Versuchen bekanntlich darum, die Stelle eines Zifferblattes anzugeben, an der sich ein rotierender Zeiger eben befindet, wenn ein Glockenschlag ertönt. Das Zifferblatt ist bei der von Wundt angegebenen Komplikationsuhr in 100 Teile geteilt, von denen jeder fünfte durch einen verlängerten Teilstrich markiert ist [1]). Es konnte nun eine „Tendenz, den Schall auf ausgezeichnete Teilstriche zu verlegen" [2]), festgestellt werden, also eine Tendenz zur Lokalisation an solchen Raumstellen, die imstande sind, die Aufmerksamkeit stärker anzuziehen als die anderen.

Wenn sich nun die Zahlenbevorzugung bei der Zehntelmillimeter-Schätzung aus dem größeren Aufmerksamkeitswert der Grenzlinien erklären läßt, so müssen wir weiter fragen, ob das gleiche Erklärungsprinzip auf die Bevorzugung von Zahlen beim Schätzen von Zentimetern und Dezimetern angewandt werden kann. Ich will versuchen, zu zeigen, daß dies möglich ist. Dabei bin ich mir freilich bewußt, daß dieser Teil meiner Erklärung in noch höherem Maße hypothetischen Charakter trägt wie der erste Teil. Wie bei so vielen psychologischen „Theorien" werden auch bei der hier vorgetragenen den besten Prüfstein Versuche bilden, die mittels der Methode der systematischen Selbstwahrnehmung angestellt werden. Da ich über solche Versuche vorläufig nicht verfüge, muß ich mich damit begnügen, diese hypothetische Konstruktion zur „Theorie der Zahlenbevorzugung" beizusteuern. Wenn ich einen Teil einer längeren Strecke schätzen soll, dann sind mir äußerlich nur die Grenzstriche gegeben. Mit ihnen komme ich aber in der Regel nicht aus. Ich bräuchte, um einigermaßen sicher schätzen zu können, noch Zwischenteilungen zwischen den Grenzstrichen. Da ich diese nicht vor mir habe, stelle ich sie mir als vorhanden vor oder denke sie mir zu der vorhandenen Teilung hinzu: in einem Intervall von einem Dezimeter etwa einen oder den anderen Zentimeterteilstrich und dazu auch noch Teilstriche, die den Zentimeter unterteilen. Es ist natürlich nicht notwendig, daß ich mir simultan alle diese Teilstriche vorstelle. Es wird wahrscheinlich die Regel sein, daß ich mir zunächst die Zentimetergrenzen aufsuche, dann das Zentimeterintervall halbiere, dann nötigenfalls das Halbzentimeterintervall wieder halbiere usf. Wenn ich dies tue, dann werden aber die bloß vorgestellten Teilstriche einen gewissen Aufmerksamkeitswert erlangen, der vielleicht nicht so groß ist wie derjenige der wirklich

[1]) M. Geiger, a. a. O. S. 349 f.
[2]) M. Geiger, a. a. O. S. 386.

vorhandenen Grenzstriche, jedenfalls aber größer als der Aufmerksamkeitswert aller Punkte, die zwischen den bloß vorgestellten und den wirklichen Grenzstrichen liegen. Ist nun das Intervall, in dem geschätzt werden soll, durch solche bloß vorgestellte Teilstriche unterteilt, dann werden diese ähnlich wirken wie die Grenzstriche bei der Zehntelmillimeter-Schätzung, der zu schätzende Punkt wird den vorgestellten Teilstrichen angenähert erscheinen.

Damit hätten wir das starke Überwiegen der 5 in den Zentimeter- und Millimeterschätzungen ohne weiteres erklärt. Denn die häufigste und leichteste Unterteilung der Zentimeter ist sicherlich die in zwei Strecken zu 5 mm. Der (bloß vorgestellte) Teilstrich des halben Zentimeters vereinigt auf sich verhältnismäßig viele Richtigschätzungen und daneben noch viele Falschschätzungen der eingestellten Millimeter 4 und 6. Es kamen in meinen Versuchen 26 Richtigschätzungen der 5 und 40 Fälle vor, wo die Millimeter 4 und 6 als 5 geschätzt wurden. Auch die Millimeter 3 und 7 wurden noch in 36 Fällen fälschlich als 5 geschätzt, 2 und 8 in 22 Fällen, 1 und 9 in 25 Fällen und schließlich 0 in 10 Fällen.

Wenn ich dann weiter das Intervall von einem halben Zentimeter durch bloß vorgestellte Teilstriche halbiere, gelange ich, sofern die Halbierung genau ist, zu je einem vorgestellten Teilstrich bei 2,5 mm und 7,5 mm. Das Zentimeterintervall ist nun in vier Teile geteilt, deren erster durch einen Grenzstrich und den vorgestellten Teilungsstrich bei 2,5 abgegrenzt ist, deren letzter bei dem vorgestellten Teilstrich 7,5 beginnt und bei dem Grenzstrich aufhört. In diesen Teilintervallen, die durch je einen wirklichen und einen bloß vorgestellten Teilstrich begrenzt sind, wird nun dem wirklichen höchstwahrscheinlich der größere Aufmerksamkeitswert zukommen. Deshalb werden die Schätzungen zu ihm hin stärker als zu dem vorgestellten Teilstrich tendieren. Und deshalb werden die eingestellten Millimeter 3 und 7 häufig fälschlich als 2 und 8 geschätzt werden müssen, die Millimeter 2 und 8 hingegen häufiger richtig geschätzt werden müssen als die Millimeter 3 und 7. Unsere Versuche haben ergeben, daß der eingestellte Millimeter 2 19 mal richtig geschätzt wurde, der eingestellte Millimeter 8 26 mal. Der Millimeter 7 hingegen wurde bloß 7 mal richtig geschätzt und der Millimeter 3 10 mal. Das eingestellte 8 wurde 12 mal fälschlich als 7 geschätzt, 2 8 mal als 3, 7 hingegen 25 mal als 8 und 3 14 mal als 2.

Die große Häufigkeit der Schätzung der Endzahlen 5, 8 und 2 findet also ihre Erklärung aus dem größeren Aufmerksamkeitswerte,

der den vorhandenen Grenzstrichen und den hinzugedachten Teilungsstrichen, insbesondere dem Mittelstrich zukommt. Das gleiche Prinzip macht es uns auch verständlich, warum bei den Zehntelmillimeter-Schätzungen alle Randzehntel bevorzugt und alle Mittenzehntel benachteiligt sind, während bei den Zentimeter- und Millimeterschätzungen die um einen bevorzugten Millimeter herumliegenden Millimeter benachteiligt sind, warum also 5 bevorzugt, 4 und 6 aber benachteiligt, 2 bevorzugt, 1 und 3 benachteiligt, 8 bevorzugt, 7 und 9 benachteiligt sind.

Bei der Zehntelmillimeter-Schätzung liegt ein so kleines Intervall vor, daß hier die Nötigung zur Unterteilung entfällt. Infolgedessen macht sich der stärkere Aufmerksamkeitswert der Grenzstriche ungetrübt geltend. Die Schätzungen erscheinen nach den Grenzstrichen hin verschoben. Bei den Zentimeter- und Millimeterschätzungen hingegen treten als Konkurrenten der Grenzstriche die hinzugedachten Teilstriche auf. Wenn der Millimeter 1 fälschlich häufig als 0 geschätzt wird, so werden jetzt diese Fehlschätzungen nicht mehr dadurch kompensiert, daß der Millimeter 2 als 1 häufig falsch geschätzt wird. Der Millimeter 2 liegt vielmehr einem bloß vorgestellten Grenzstrich nahe, der von 1 weit entfernt liegt. 1 kann deshalb das, was es durch Fehlschätzungen verloren hat, nicht wieder durch ebensolche gewinnen. Was hier von 0, 1 und 2 gesagt wurde gilt aber in analoger Weise von den übrigen bevorzugten und benachteiligten Millimetern.

Ich möchte also, um es nochmals zu sagen, die Häufigkeitsverteilung bei den Zehntelmillimeter-Schätzungen als bedingt durch den größeren Aufmerksamkeitswert der Grenzstriche betrachten, die Häufigkeitsverteilung bei den Zentimeter- und Millimeterschätzungen als bedingt durch den größeren Aufmerksamkeitswert der Grenzstriche und der zu ihnen hinzugedachten Teilstriche.

Ich glaube, daß diese Theorie mutatis mutandis auch auf andere Versuche und Feststellungen angewendet werden kann, die eine gleiche oder ähnliche Häufigkeitsverteilung ergaben wie unsere Zehntelmillimeter- und Zentimeter- und Millimeterschätzungsversuche. Was in unseren Versuchen die Grenzstriche, das sind dort die Schallwahrnehmungen, die die zeitlichen Distanzen abgrenzen, oder — bei den Altersschätzungen — die Dekaden des Alters, die wir in der Regel von den Menschen unserer Umgebung kennen. So ist uns also eine Art von Grenzstrichen oder Grenzpunkten gegeben. Zu ihnen fügen wir dann schätzungsweise andere (Unterteilungen) hinzu.

§ 15. PRAKTISCHE UND THEORETISCHE BEDEUTUNG DER ZAHLENBEVORZUGUNG.

Aus unseren Versuchsresultaten ergibt sich für die Praxis zunächst eine Forderung. Die nachgewiesene verschiedene Häufigkeit der einzelnen Zehntel beim Schätzen von kleinen Raum- oder Zeitgrößen verlangt die nachträgliche Anbringung von Korrektionen an die Ergebnisse von Messungen bzw. Schätzungen ähnlicher Art. Es wäre denkbar, daß die Größe dieser notwendigen Korrektionen durch die Übung des Beobachters vermindert wird oder daß diese vielleicht sogar bei einem gewissen Übungsgrad unnötig werden, was freilich nicht sehr wahrscheinlich ist. Für die weitere Untersuchung der hier behandelten Probleme käme deshalb zunächst die Frage in Betracht, inwieweit das Phänomen der Zahlenbevorzugung durch die Übung des Beobachters beeinflußt wird. Mehr praktisches Interesse hätte dann noch die andere Frage, auf welche Weise und mit welchen apparatlichen Hilfsmitteln am raschesten ein gewisses Maximum der Übung erreicht werden kann. Ganz verfehlt wäre es bei Kenntnis der verschiedenen Häufigkeit der Zehntel während der Beobachtung sich korrigieren zu wollen, da dann der Fehler in den entgegengesetzten umschlägt, wie sich in der astronomischen Praxis herausstellte [1]).

Eine zweite wichtige Forderung, die aus der Tatsache des verschieden häufigen Auftretens der einzelnen Zehntel herauswächst, hat schon Marbe in seinem Aufsatze „Die Bedeutung der Psychologie für die übrigen Wissenschaften und die Praxis“ [2]) erhoben. Es ist die Forderung einer Ergänzung der mathematischen Gaussschen Fehlertheorie durch eine empirisch-psychologische. Denn die Annahme der Gaussschen Fehlertheorie, daß die variablen Fehler gleiche Wahrscheinlichkeit haben, wird durch die Tatsache der verschiedenen Bevorzugung der einzelnen Zehntel als falsch erwiesen.

In diesen Punkten scheint mir die praktische Bedeutung unserer psychologischen Untersuchungen über Beobachtungsfehler gelegen. Mit der Aufstellung der drei Arten der Zahlenbevorzugung jedoch sind wir weit über das uns gesteckte Ziel hinausgekommen, wir haben einen Einblick bekommen in das große Gebiet des Zahlenschätzens über-

[1]) O. Meißner, Astronomische Nachrichten. Bd. 172. 1906. S. 141, 143. — J. Plassmann, Bericht über den 3. Kongreß für experimentelle Psychologie in Frankfurt a. M. 1908. Leipzig 1909. S. 201. — Derselbe, Zeitschrift für Psychologie. Bd. 49. 1908. S. 267. — F. M. Urban, Zeitschrift für Psychologie. Bd. 53. 1909. S. 367.

[2]) K. Marbe, Fortschritte der Psychologie. Bd. 1. 1913. S. 10.

haupt. Allerdings nur einen Einblick, zu einem tieferen Eindringen in dieses schwierige Gebiet sind wegen der komplizierten psychischen Vorgänge weitere eingehende psychologische Untersuchungen notwendig.

Alle meine Untersuchungen weisen auch hin auf die große Gleichförmigkeit des psychischen Geschehens, auf die Marbe bei anderen Untersuchungen des öfteren aufmerksam gemacht hat [1]). Für die große Bedeutung der Gleichförmigkeit des psychischen Geschehens, von der Marbe ein Bild in knappen Umrissen entwirft, geben auch meine Untersuchungen einen weiteren Beleg.

§ 16. ZUSAMMENFASSUNG DER ERGEBNISSE.

Meine Untersuchungen haben folgendes ergeben:

1. Beim Schätzen von Zehntelmillimetern wurden bei 3000 Versuchen an einem horizontal montierten Apparat und bei weiteren 3000 Versuchen an demselben vertikal montierten Apparat die Randzehntel (1, 2, 8, 9, 0) bevorzugt, die Mittenzehntel (3, 4, 5, 6, 7) vernachlässigt.

2. Auch bei Fraktionierung der Versuchszahl in Gruppen von 1500, 600 und 300 Versuchen zeigt sich die Bevorzugung der Randzehntel und die Vernachlässigung der Mittenzehntel.

3. Die Randzehntel werden häufiger als die anderen richtig, die Mittenzehntel häufiger als die anderen falsch geschätzt.

4. Die Über- und Unterschätzungen weisen den eingestellten Zehnteln gegenüber eine Verschiebung nach den Rändern des Intervalls hin auf und zwar jeweils nach dem dem eingestellten Zehntel zunächst liegenden Rande.

5. Am häufigsten richtig geschätzt wird das Zehntel 0; am häufigsten falsch geschätzt beim horizontalen Apparat das Zehntel 3, beim vertikalen das komplementäre Zehntel 7; am häufigsten überschätzt das Zehntel 7 und am häufigsten unterschätzt das Zehntel 3.

6. Die auffallende Bevorzugung der Randzehntel gegenüber den Mittenzehnteln rührt einerseits daher, daß die Randzehntel häufiger richtig geschätzt werden als die Mittenzehntel, und andererseits daher, daß die eingestellten Mittenzehntel häufig fälschlich als Randzehntel geschätzt werden.

7. Bei geteilter Aufmerksamkeit (Zählen von Metronomschlägen) tritt der Unterschied zwischen den bevorzugten Randzehnteln und den

[1]) Vgl. z. B. K. Marbe, Zeitschrift für Psychologie. Bd. 56. 1910. S. 241 ff.

vernachlässigten Mittenzehnteln noch deutlicher hervor als ohne die Aufmerksamkeitsteilung.

8. Bei den Versuchen am horizontalen Apparat überwiegen die Unterschätzungen an Zahl die Überschätzungen, bei den Versuchen am vertikalen Apparat die Überschätzungen über die Unterschätzungen. Diese Differenz hängt offenbar zusammen mit der von Delboeuf u. a. untersuchten Täuschung beim Halbieren einer vertikalen Geraden.

9. Auch Schätzungen von kleinen Zeiten mittels der Auge-Ohrmethode, ferner von kleinen Raumstrecken, wie solche von Astronomen (Lewitzky, Grossmann, Meißner) zur Untersuchung der Dezimalgleichung statistisch verarbeitet wurden, zeigen eine Bevorzugung der Randzehntel und eine Vernachlässigung der Mittenzehntel.

10. Bei Schätzungen von Bruchteilen eines Dezimeters in Zentimetern und Millimetern zeigte sich in 1000 Versuchen eine Bevorzugung der Millimeterzahlen 0, 5, 8, 2 und eine Vernachlässigung der Millimeterzahlen 1, 9, 4, 6, 7, 3. Es sind also die um die bevorzugten Zahlen unmittelbar herumliegenden Millimeterzahlen vernachlässigt.

11. Die bei diesen Schätzungen größerer Strecken gefundene Häufigkeitsverteilung der einzelnen Zahlen stimmt gut überein mit einer von Urban ermittelten beim Schätzen von größeren Zeitintervallen (18 bis 108 Sekunden) und stimmt auch fast völlig überein mit der Häufigkeitsverteilung der Endziffern von Altersangaben in amerikanischen Volkszählungslisten (Williams) und von Altersangaben auf altrömischen Grabinschriften (Beloch). Auch hier fand eine Bevorzugung der Endziffern 0, 5, 8, 2 und eine Vernachlässigung der anderen Endziffern statt. Auch bei Helligkeitsschätzungen von Sternen zeigt sich eine sehr ähnliche Verteilung der Häufigkeiten der Zehntel der Größenklassen, die Zehntel 0, 5, 8, 2 stehen am Anfange der Häufigkeitsreihe.

12. Die von den unsrigen abweichenden Häufigkeitsreihen, welche von amerikanischen Forschern (Dresslar, Sanford) beim groben Schätzen größerer Mengen von Körnern gefunden wurden, scheinen durch Zahlenmystik und Aberglaube bedingt zu sein.

13. Neben der Häufigkeitsverteilung beim Schätzen sehr kleiner Größen (Zehntelmillimeter) und der anderen Häufigkeitsverteilung beim Schätzen weniger kleiner Größen (Zentimeter und Millimeter) haben wir noch eine dritte Häufigkeitsverteilung statuieren können, die sich beim beliebigen Wählen von Zahlen findet (Marbe, Minot).

14. Die Bevorzugung der Randzehntel und Vernachlässigung der Mittenzehntel beim Schätzen von Zehntelmillimetern — also die Ver-

schiebung der Schätzungen nach den Rändern des Intervalls hin — läßt sich vielleicht erklären aus einer stärkeren Aufmerksamkeitsbetonung der Grenzstriche.

15. Die Häufigkeitsverteilung beim Schätzen von Zentimetern und Millimetern läßt sich durch die gleiche Hypothese erklären, wenn man noch dazu annehmen darf, daß beim Schätzen dieser größeren Strecken zu den wirklich vorhandenen Grenzstrichen andere Einteilungsstriche von den Beobachtern hinzugedacht werden.

16. Für die Praxis der naturwissenschaftlichen Messungen und Schätzungen ergibt sich aus meinen Untersuchungen die Forderung der Anbringung von Korrektionen für die einzelnen Zehntel, ferner die Forderung einer Ergänzung der mathematischen (Gaussschen) Fehlertheorie durch eine empirisch-psychologische.

17. Die hier aufgezählten Ergebnisse meiner Versuche liefern weitere Belege für die von Marbe aufgestellte Lehre von der Gleichförmigkeit des psychischen Geschehens.

Lebenslauf.

Am 21. Juni 1890 wurde ich zu Würzburg als Sohn des katholischen Buchhändlers Valentin Bauch und seiner Ehefrau Marie, geb. Urlaub, geboren. Nach dreijährigem Besuche der Volksschule und einjährigem Besuche der Institutsschule von Adam trat ich in das Kgl. Neue Gymnasium zu Würzburg ein, das ich nach 9 Jahren mit dem Zeugnis der Reife verließ. Vom Winter-Semester 1909/10 ab war ich vier Semester an der Universität Würzburg immatrikuliert, hierauf im Winter-Semester 1911/12 an der Universität Wien und bin seit Sommer-Semester 1912 wieder an der hiesigen Universität immatrikuliert. Die Professoren und Dozenten, bei denen ich im Laufe meiner Studienzeit hörte, waren in Würzburg die Herren:

Boveri, v. Frey, Hilb, Marbe, Peters, Rost, Tafel, v. Weber und Wien;

an der Universität Wien die Herren:

Haschek, Reininger, Siegel, Stöhr.

Die vorliegende Arbeit wurde unter Professor Dr. Marbe im Psychologischen Institut der Universität Würzburg angefertigt.

Die mündliche Prüfung fand am 4. Dezember 1912 statt.